



東海大学

ベント ヴォルフガング  
東海大学・理学部・物理学科

# Erwin Schrödinger (1887 – 1961)

波動力学の発見者



## 20世紀の始めの物理:

### 1) M. Planck の発見 (1900 年):



電磁波が「エネルギー量子」(energy quantum)  $\varepsilon = h\nu$  の倍数で放射される。

「私が失敗と失敗を重ねて放射の公式を作ってみました、結局正しい公式しか残りませんでした。」(M. Planck のコメント)

### 2) A. Einstein の発見 (1905 年):



Planck の「エネルギー量子」は粒子である。(光電効果の説明)

その粒子が後で「光子」(photon)と名付けられた。

### 3) N. Bohr の発見 (1913 年):



原子核の周りの電子の軌道が「量子化」されている。  
電子は2つの軌道の間を飛ぶことができる。

それに対し、Planck の批判: 「この量子化のルールを理論から導けない。現在は物理のカオスの時代だ。」



1892年、両親とおばさん (Minnie)

## Erwin Schrödinger:

1887年にウィーン生まれ。  
母の家族がイギリス出身で、Erwinは少年時代から完璧な英語を話せた。(大人として12ヶ国語は完璧。)

10才までに家庭教師。「詩人になりたい。」



1894年



F. Exner (実験物理学)

1906年:ウィーン大学入学。  
先生: F. Exner (実験), F. Hasenörl (理論)

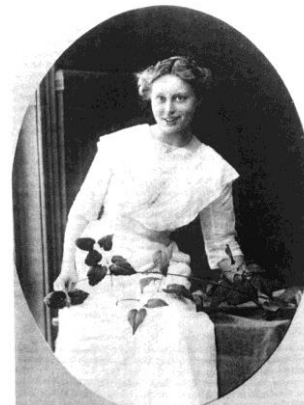
Hasenörlの「理論物理学」講義シリーズが、4年間で毎週5回。講義で、Boltzmannの考え方と熱意が伝われ、Schrödingerに最も強い影響。



F. Hasenörl (理論物理学)  
Boltzmannの後任

1910年 博士論文:  
単純な電気抵抗測定シリーズ。

1911 - 1914年: Exner教授の助手として、  
空気伝導性について実験を行う。



Felicie Krauss  
1910年代から1920年代  
までに親しい友人。



1914 – 1918 年：第一次世界大戦の兵士。

「ある日に、父が令状を研究室へもって来た。直ぐ一緒に2つのピストルを買いに行った。」  
(Schrödinger の自伝から。)

兵士の頃、Einstein の一般相対論を勉強した。



戦争中の日記：「この戦争が↑  
本当にいつか終わるのでしょうか？」



戦争から帰って、無職でした。

尊敬した Hasenörl 教授が戦死した。

「Hasenörl 先生の後任として、なにもできない人が呼ばれた...ウィーンの歴史ある放射能の研究活動も停止...」(Schrödinger の自伝から。)



1919 年頃

色論および一般相対論について  
研究した。しかし、Einstein の批判を受けた：

1920 年 3 月  
Anny Bertel と結婚

Bemerkung zu Herrn Schrödingers Notiz  
„Über ein Lösungssystem der allgemein  
kovarianten Gravitationsgleichungen“.

Von A. Einstein.

「Schrödinger さんの論文「一般の重力方程式の解」  
についてのコメント」(A. Einstein, 1918 年 3 月 掲載  
のコメント。)

Der von Herrn Schrödinger eingeschlagene  
Weg scheint mir nicht gangbar, weil er zu tief  
ins Gestrüpp der Hypothesen hineinführt.

(Eingegangen 3. März 1918.)

「Schrödinger さんの方法は、コントロール  
できない仮定が多いため、有力ではない。」



失業、経済的な困難のため、母国オーストリアから離れ、ドイツへ移動した。

1920年：**Jena 大学、Stuttgart 大学、Breslau 大学**、次々転職。落ち着かず、**疲れた様子**。「両親を困難な状況でウィーンに残し、気がとがめた。」(Schrödinger の自伝から。)

1921年：Arosa (スイス湯治場)にて9ヶ月間休みと治療。  
「その頃はへばってしまった」(Schrödinger の自伝から。)

**1921 – 1927年：Zürich 大学 (スイス)**。  
スイスは戦争に巻き込まれず、支給も高い。  
更に、Einstein, Laue などもそこでキャリアの出発だった。  
ここで集中力が高まり、**大発見**ができたところ。



Arosa湯治場、1922年



Zürich 大学の建物、1920年頃



1927年頃



Zürich 市内プール、1925年  
(真ん中が Schrödinger)

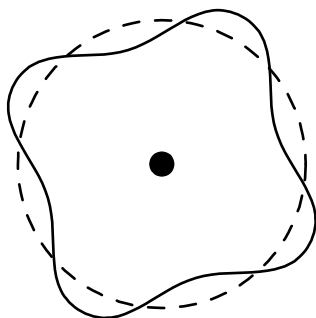
Zürich で有名な仲間達 H. Weyl (数学), P. Debye などもいた。

1925 年 10 月: Schrödinger は偶然に de Broglie (フランス) の博士論文 (1924 年) を手に入れた。



Luis de Broglie, 1924 年頃

この博士論文で、光子についての Einstein 関係式  $E = h\nu$ ,  $p = h/\lambda$  を電子へ拡張。  
原子核を回る電子を定在波として解釈。



この「定在条件」 $2\pi r = n\lambda$  が Bohr の論文 (1913 年) の条件  $E = nh\nu/2$  および角運動量量子化条件  $L_z = n\hbar$  と等価である。

ここで「物質波」の概念が始めて登場！「粒子」を「波」として考えてもよい！

ちなみに、この論文の審査員が Einstein へコピーを送った。Einstein が当時 Bose-Einstein 統計について研究し、「光子と分子が同じ統計を満たしている」と提唱した。その中で「光子と分子、両方が波の性質をもっていることも想定できる。最近、De Broglie さんが同じ結論に至った」と書いた。この Einstein コメントが Schrödinger に大きな影響を及ぼした。

1925年11月: Schrödinger が Debye のグループでセミナーを行い、de Broglie の仕事について報告した。そのときの Debye のコメント:「この理論がなんらかに役に立つため、粒子が満たす波動方程式が必要だ。でも、そんなことは有り得ないね...」

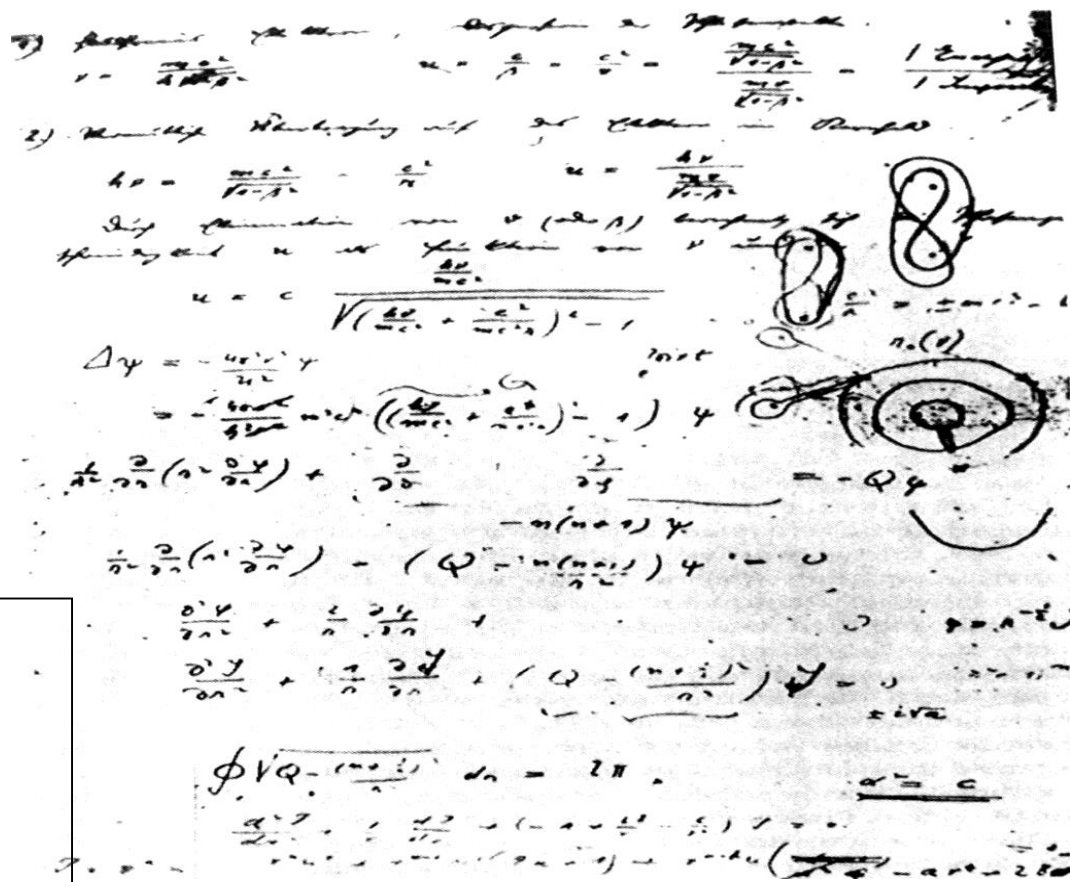
1925年の冬休に、奥さんを Zürich に残し、「昔のウィーン時代のガールフレンド」と一緒に Arosa へ行った。そこで波動方程式を発見した。



Arosa 湯治場(スイス) 当時の写真

この冬休みの研究結果:  
水素原子の Schrödinger 方程式

$$\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E + \frac{e^2}{r} \right) \Psi = 0$$



Arosa の計算ノート

1925年12月27日、München大学のW. Wien教授へ次のように書いた：

**「今は新しい原子の理論で悩んでいます。成功すればとっても美しい理論になります！  
もっと数学の知識があれば！」**

1926年1月にZürichへ戻り、水素原子の波動方程式を解くために同僚のH. Weyl（天才数学者）の助けを求めた。

H. Weyl, 1926頃



**Hermann Weyl, 1885 – 1955**

ドイツの数学者。

数値理論、群論、対象性などについて大きく貢献。

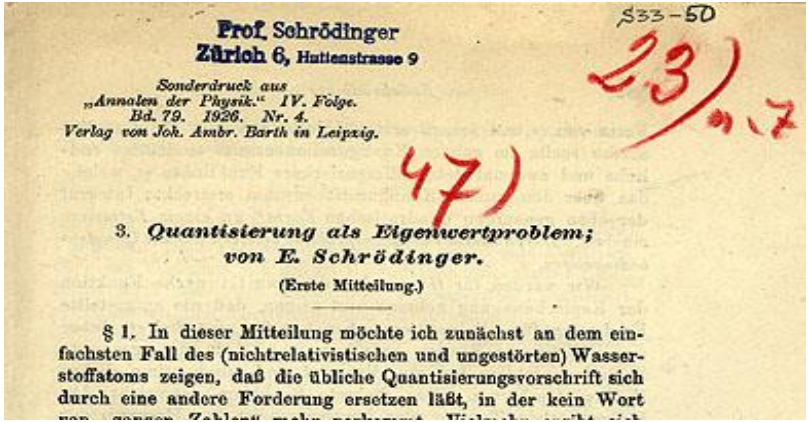
**1926年1月27日に、波動方程式について最初の論文が掲載。  
(Ann. Phys. 79 (1926), 361.)**

波動方程式を「証明する」ことが不可能であるから、この論文では「導出」が見出せない！

1926年6月までに、波動方程式について合計で4通の論文を掲載。  
そのなかで、Heisenbergの「行列力学」との等価性も証明された。



それでは、波動方程式についての最初の論文を見てみましょう！



「量子化を固有値問題として見なす」  
Ann. Phys. 79 (1926) 361.

第1ページ: Schrödinger 自身の  
校正刷りのコピー

das Integral erstreckt über den ganzen Raum. Man findet daraus in gewohnter Weise

$$(4) \quad \begin{cases} \frac{1}{2} \delta J = \int df \delta \psi \frac{\partial \psi}{\partial n} - \iiint dx dy dz \delta \psi \left[ \Delta \psi + \right. \\ \left. + \frac{2m}{K^2} \left( E + \frac{e^2}{r} \right) \psi \right] = 0 . \end{cases}$$

Es muß also erstens

$$(5) \quad \Delta \psi + \frac{2m}{K^2} \left( E + \frac{e^2}{r} \right) \psi = 0$$

論文の(5)式で Schrödinger 方程式  
が登場！ ( $K = \hbar$ )

Wir wollen nun zunächst den Fall, daß  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  reelle ganze Zahlen sind, ausschließen. Der Fall tritt, wenn er eintritt, stets für beide Größen gleichzeitig ein und zwar dann und nur dann, wenn

$$(15) \quad \frac{m e^2}{K \sqrt{-2m E}} = \text{reelle ganze Zahl} .$$

Wir nehmen also jetzt an, daß (15) nicht erfüllt ist.

論文の(15)式で水素原子のエネルギーが  
求まる！ (Balmer の公式)

$$(E = -\frac{m e^4}{2 \hbar^2 n^2})$$

Es ist kaum nötig, hervorzuheben, um wie vieles sympathischer die Vorstellung sein würde, daß bei einem Quantenübergang die Energie aus einer Schwingungsform in eine andere übergeht, als die Vorstellung von den springenden Elektronen. Die Änderung der Schwingungsform kann sich

最後のページで次のコメント:

**「量子転移のとき、飛んでいる電子よりも振動モードが変わるという考え方の方がうんと自然だ。」**

3番目の論文で有名な「問題発言」が出てくる:

bergischen formalen Rechenregeln (zu denen ich auch die sogenannte „Quantenbedingung“ oder „Vertauschungsregel“

1) „Quantenmechanik I“, S. 879.

2) Angeregt wurde meine Theorie durch L. de Broglie, Ann. de Physique (10) 3. S. 22. 1925 (Thèses, Paris 1924) und durch kurze aber unendlich weitblickende Bemerkungen A. Einsteins, Berl. Ber. 1925. S. 9ff. Eines genetischen Zusammenhanges mit Heisenberg bin ich mir durchaus nicht bewußt. Ich hatte von seiner Theorie natürlich Kenntnis, fühlte mich aber durch die mir sehr schwierig scheinenden Methoden der transzendenten Algebra und durch den Mangel an Anschaulichkeit abgeschreckt, um nicht zu sagen abgestoßen.

Ann. Phys. 79 (1926) 734:

**「私の理論は de Broglie の仕事と Einstein の遠くまで及ぶコメントに刺激されました。しかし、Heisenberg の仕事は全く影響を及ぼしていません。私は勿論 Heisenberg の仕事を知っていましたが、彼の数学 abstract 性、そして物理直感の無さに強く反発されました。」**

# Schrödinger の論文についての反応:



A. Sommerfeld:  
「Schrödinger が私の救い主！」

(水素原子の量子数  $n, l, l_z$  が自然に出てくるから。)



W. Heisenberg:  
「見事な数学が、新しい物理がない。」

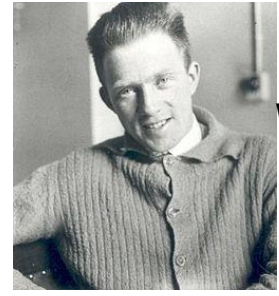
## 1926 年春、Schrödinger が München 大学で講演を行った:

講師



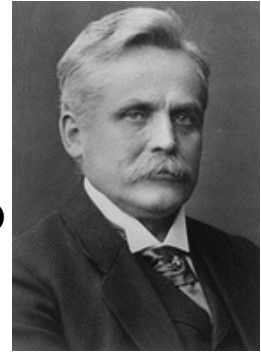
A. Sommerfeld  
München 大学教授

聴衆の中。。。



W. Heisenberg

W. Wien  
München 大学教授  
以前 Heisenberg の  
博士試験審査員



M. Born

このセミナーのときに、Schrödinger は波動力学について次のように話した：

「波動力学は古典物理学の分野である。波動は古典物理の現象だから。量子飛びがありません。波動力学は連続理論である。粒子は波であり、自由粒子を記述するときに「波束」を使わなければならない。」

セミナーのとき、Heisenberg が立ち上がって、「それでは、Compton 効果などはどのように説明しますか？」と質問した。W. Wien 教授が「Heisenberg 君、座りなさい！あなたの「量子飛び」の話はもう入らない！Schrödinger さんがきっと全ての問題を解決してくれるのでしょ。う。時間の問題だけだ！」

セミナーの後、Heisenberg が Bohr 宛の長い手紙を書く：「Schrödinger の解釈が大きなショックでした！」

セミナーの後、M. Born のコメント：「Schrödinger の数学は立派ですが、物理が情けない！」

実は、そのときに M. Born が既に  $|\Psi|^2$  を「存在確率」として解釈した。1926年6月、M. Born の論文が出て、Schrödinger と Einstein が「確率解釈」に強く反発した。

何故確率解釈に反発？ 「Schrödinger の猫」を考えよう！



## Schrödinger's cat: Dead or alive??



Schrödinger の出張：「Born の確率解釈が正しければ、1時間後の猫の状態が

$\Psi_{\text{dead}}$  と  $\Psi_{\text{alive}}$  の半々の混ざりで、窓から

猫を見ることにより始めてその状態が決まる。

それはおかしい話！猫が死んでいるか生きているか、観測に独立です！」

量子力学の解釈についての論争が段々エスカレートした。。。

1926年10月に、Schrödinger がコペンハーゲンを訪れ、N. Bohr と W. Heisenberg と大論争した。数日後 Schrödinger が熱出し、寝たきりの状態となった。

Bohr の奥さんが熱い紅茶をベットまで持ってきたが、N. Bohr が側に座って論争を続けた。。。



大論争の現場：コペンハーゲンにある N. Bohr の理論物理学研究所。  
(当時の写真。)

論争から心の回復のため、この2人の高校生達に数学を教えた。  
Itahさんは後で親しい友人となった。



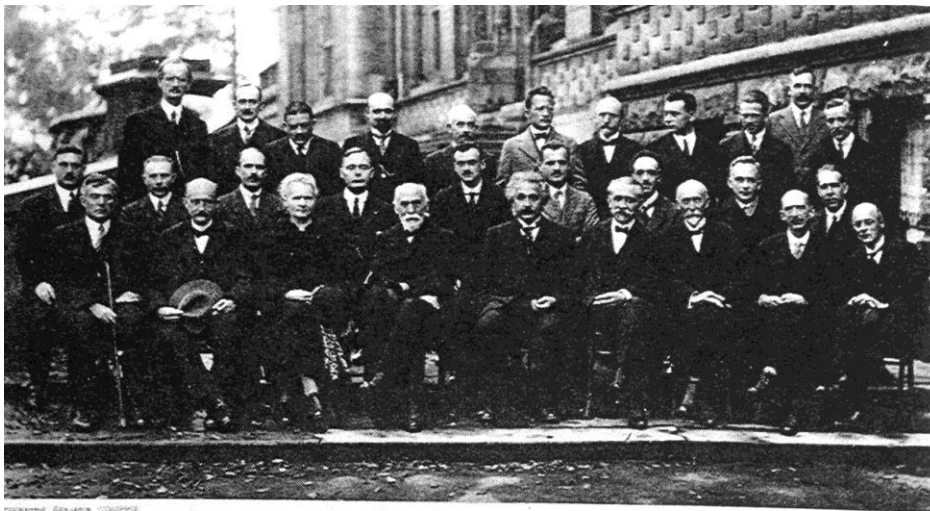
Junger 双子達。  
右は Itah さん。  
(1927 年)



1930 年頃の  
Itah さん。

1926 / 1927 年、3ヶ月間アメリカで滞在。57回講演を行った。

1927 年 10 月に、有名な会議シリーズ Solvay Conference (5回目)が Brussels で開催、Schrödinger が時間に依存する波動方程式について講演した。



Fifth Solvay Conference  
1927 年 10 月 24 - 29 日、  
Brussels にて。

PHOTOMONTAGE: GEORGE K. COOPER

A. POINCARÉ	E. HENRIOT	G. HERZIG	T. DE DONDER	E. SCHRÖDINGER	R. W. FOWLER			
P. DESYÈ	M. KRUGER	W. L. BRAGG	H. A. KRAMERS	P. A. M. DIRAC	A. H. COMPTON	L. V. DE BROGLIE	M. BOHR	N. BOHR
J. LANGMUIR	M. PLANCK	MARIE CURIE	H. A. LORENTZ	A. EINSTEIN	P. LANGÉVIN	C. E. GUICHÉ	C. T. P. WILSON	D. W. RICHARDSON

ARRANGED BY GEORGE K. COOPER, THE UNIVERSITY OF CHICAGO

1927年10月: M. Planckの後任としてBerlin大学の教授になる。  
仲間達: Einstein, Laue, Hahn, Meitner, Nernstなど。

1927年11月: 電子の波動性が実験で証明された。(電子ビームをNi結晶から反射させ、干渉のパターンを観測。) Schrödinger方程式が広く認められた。

しかし、1927年以後、Schrödingerは量子力学および量子電磁気学(QED)の発展にあまり関心を示さなかった。それより、一般相対論、統一場の理論について熱心に研究したが、大きな発見に至らなかった。

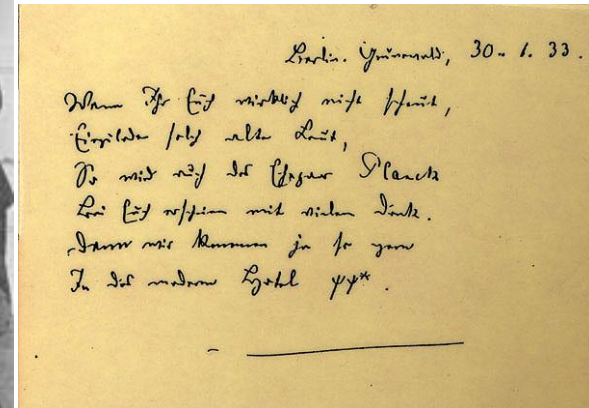
Berlinでの生活から。。。



Hildegunde March  
同僚の研究者の奥さんで、  
Schrödingerの親しい友人。



Schrödinger自宅で定期的に  
「Würstelabend」(ウィーン・ソーセージの  
タベ)が行われた。Schrödingerが右下。



Würstelabendに参加約束。  
M. Planckの字。

ところが、1933 年からヒトラーの時代が始まった。。

A. Einstein, M. Born, H. Weyl 達が早めにドイツを去った。

Schrödinger はユダヤ系ではなかったが、ナチスに強く反対した。  
1933 年の夏休み、奥さんと友人 Hildegunde March 3人で、車 (BMW) で北イタリアへ旅行し、そこからスイス、パリ経由で Oxford へ行った。(1936 年までに滞在。)

1933 年 11 月: ノーベル賞を受賞 (1933 年の賞、Dirac と共同で受賞):  
「新しい原子理論のため」。  
同時に Heisenberg が 1932 年の賞を受賞 (1人で): 「量子力学の発見のため」。



Stockholm 駅に到着。右から:  
E. Schrödinger, W. Heisenberg, P. Dirac,  
Dirac 婦人、Schrödinger 婦人、Heisenberg  
の母。



1936年、ユダヤ系のウィーン家族出身 Hansi Bohm さんがイギリスへ亡命、Schrödinger の親しい友人となった。



Hansi Bohm さん、1933 年頃

1936 年秋学期、オーストリアの Graz 大学へ移籍。  
(自伝で、「大間違いだった」と書いた。)



Graz 大学で講義、1937 年。

1937 年 2 月: Schrödinger がウィーン大学で講演を行い、「おかげさまで、我々のオーストリアでは Einstein の相対性理論はまだ禁じられていない」と大問題の発言。

1938 年 3 月: オーストリアはナチスドイツに吸収された。4 月頃、Schrödinger が講義禁止、家宅捜査、尋問。9 月に「政治的無責任のため」免職。

1938年の夏休みに、奥さんと友人の Hansi Bohm さんとその子供、4人でチロルへ旅行し、そこからローマ、スイス、Oxford 経由で **Gent (ベルギー)** へ行った。



Gent (ベルギー)  
にて 1939 年



ベルギーの海岸 (1939 夏)。  
「ここは素晴らしいところですが、夏休みがいつ終わるのか知らないとは不思議な気持ちです。」  
(A. Einstein への手紙)

1939年9月1日に**第2次世界大戦**が始まって、Schrödinger が「敵の国民」となり、ベルギーに滞在できなくなった。

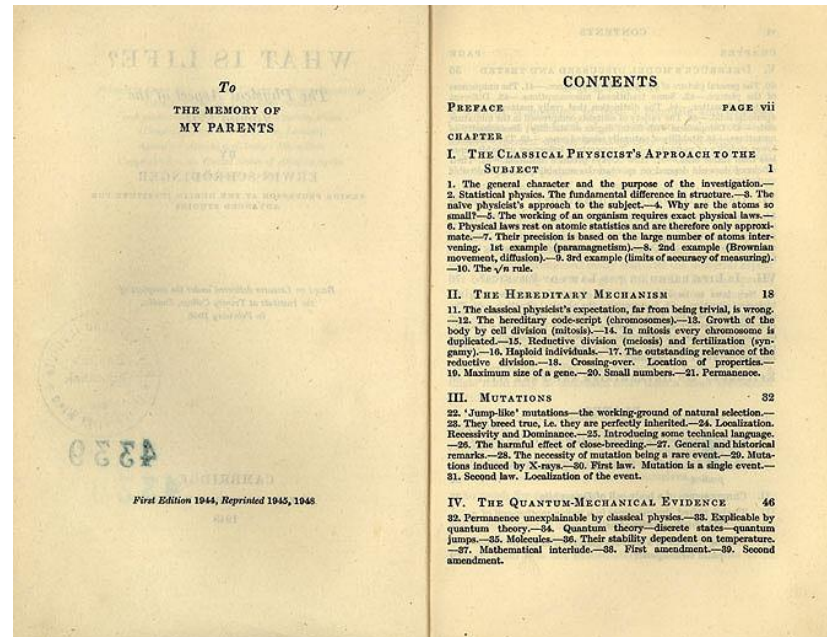
その頃に、アイランドの首相 de Valera が Dublin で「最先端科学研究所」を設立し、Schrödinger を招聘した。

1939年10月にDublinに到着。1956年までの長期間の滞在となる。

1940年頃のDublin市内



Dublin滞在中、生物物理学について研究。「What is Life?」という本で、遺伝のコードが初めて提唱された。(1960年代で実験的に解明。)



E. Schrödinger:  
「What is Life?  
The physical aspect of  
the living cell」  
Cambridge University  
Press, 1948.

最もインパクトが大きい  
仕事の一つ。

「Nature and the Greek」(自然と古代ギリシア人)もそのときに出版。



Sheila May (アイランドの女優)  
Dublin 時代 Schrödinger の親しい友人  
子供が 1944 年生まれる。



216: Zeitungsausschnitt, Irish Press

## Dr. Shroedinger leaves Ireland

### MR. de VALERA BIDS SCIENTIST FAREWELL

IRISH PRESS Reporter

PROFESSOR ERWIN SCHROEDINGER, world-famous scientist, left Ireland for his native Vienna last night. He sailed from Dublin on the B. and I. m.v. Leinster, accompanied by his wife, Mrs. Annemarie Schroedinger. And the last person to shake his hand in farewell was Mr. de Valera, who, 17 years ago, invited him to Ireland.

One of our  
age's great  
men of  
science

WHEN Erwin Schroedinger sailed from Dublin last night, writes a special correspondent, we said good-bye to one of the great scientists of our age. A notable figure of the revolution in scientific thought, which was led by Planck and Einstein, he will be remembered with these immortals. Not that his contributions to knowledge were merely developments of theirs—they were as original and in many ways as far-reaching.

It is not easy to convey a complete picture of the man. A vivid personality with an acute mind and courteous manner, he likes controversy. The inquiring scientist and mathematician in him does not stifle an interest in humanity and literature, nor those poetic qualities that go with great imagination. The power of intellect coupled with

Mr. de Valera went aboard just before the boat sailed. Professor Schroedinger, who was indisposed, had retired on going aboard. Mr. de Valera went to his cabin, and few words were spoken as the old friends exchanged an eloquent handshake.

Major Vivion de Valera, T.D., also went aboard to bid farewell to the Professor.

Mr. de Valera bade good-bye to Mrs. Schroedinger in the lounge as he left the boat. Yesterday Mr. de Valera and Professor Schroedinger met in Leinster House and talked for 80 minutes. They first met in Geneva in 1939, and that meeting was recalled by the professor yesterday.

"Mr. de Valera was most kind," he said, "and invited us to Ireland and helped us to get here. We enjoyed our stay in Ireland and made many friends and were most happy."

His wife said: "We were so very happy here. We are too excited yet to feel sorry we are leaving, but I know we will feel sorry."

"But we are going back to our own home country, and you know when one gets older one loves to be going back. Vienna is our home."

They will spend some days in London and Innsbruck before going on to Vienna where the

1956 年, Irish Press の記事:  
「Schrödinger 博士がアイランド  
を去る。」



1956年にウィーンへ戻り、1961年までにウィーン大学の教授。



1956年4月  
Schrödinger 夫妻  
ウィーン大学本館の前  
初講義の後



1951年頃「Alpbach 国際科学フォーラム」  
(オーストリで毎年行われる会議)  
左の写真: Schrödinger 夫妻と会議の開催者  
右の写真: Lise Meitner との話し。

1961年1月4日:  
結核病で死亡。



Alpbach (オーストリア)  
で埋葬