物理学・物理学概論

東海大学　理学部
物理学科

TOKAI
Department of Physics School of Science
Tokai University



本日のメニュー

- リアクタンス復習
- インピーダンス
- 共振現象

電　気

$$Q=CV$$

$$\boxed{I = C\frac{dV}{dt}}$$

$$\tau = CR$$

$$W = \frac{1}{2}CV^2$$

磁　気

$$N\Phi_m = LI$$

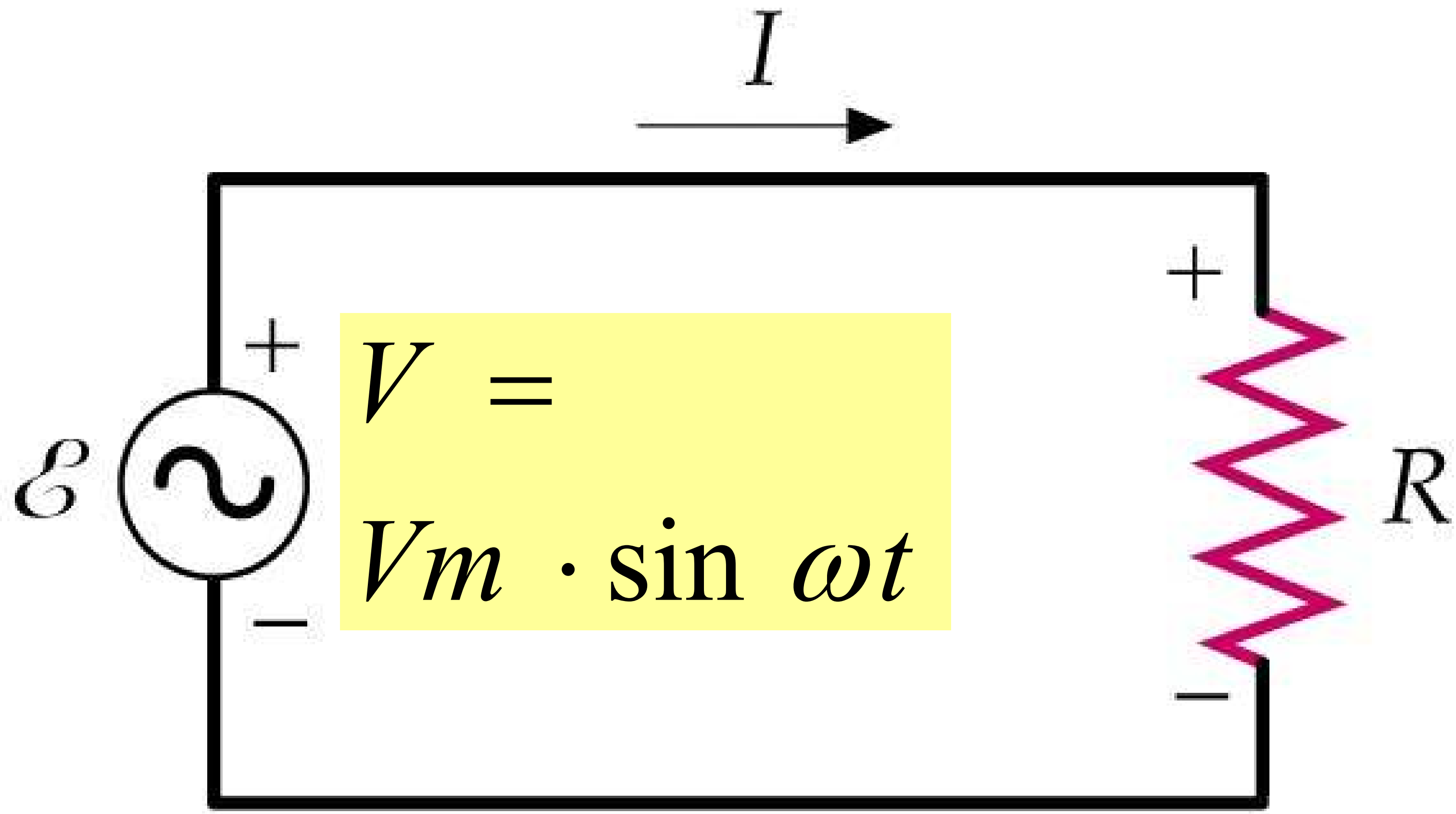
$$\boxed{V = L\frac{dI}{dt}}$$

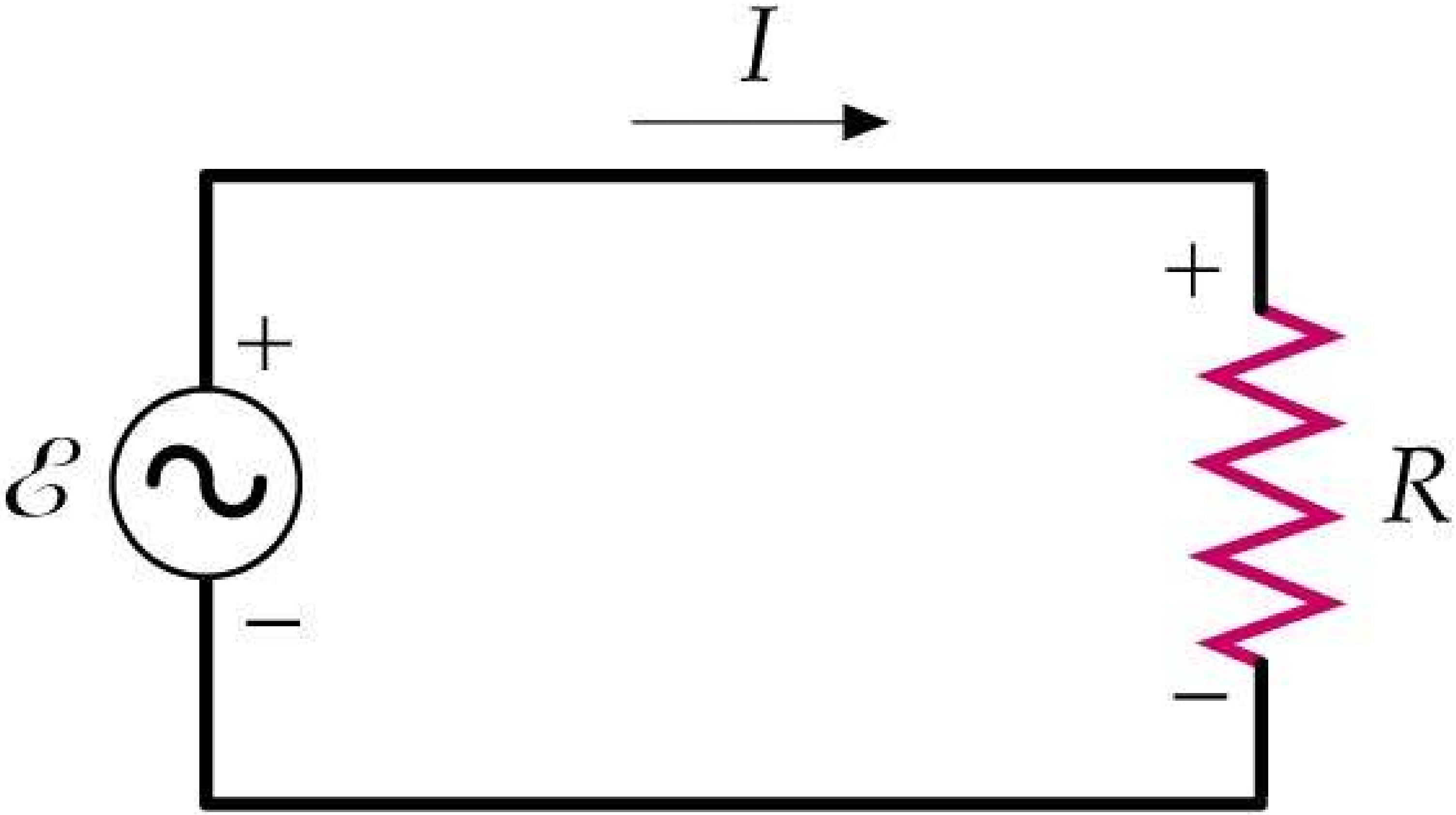
$$\tau = L/R$$

$$W = \frac{1}{2}LI^2$$

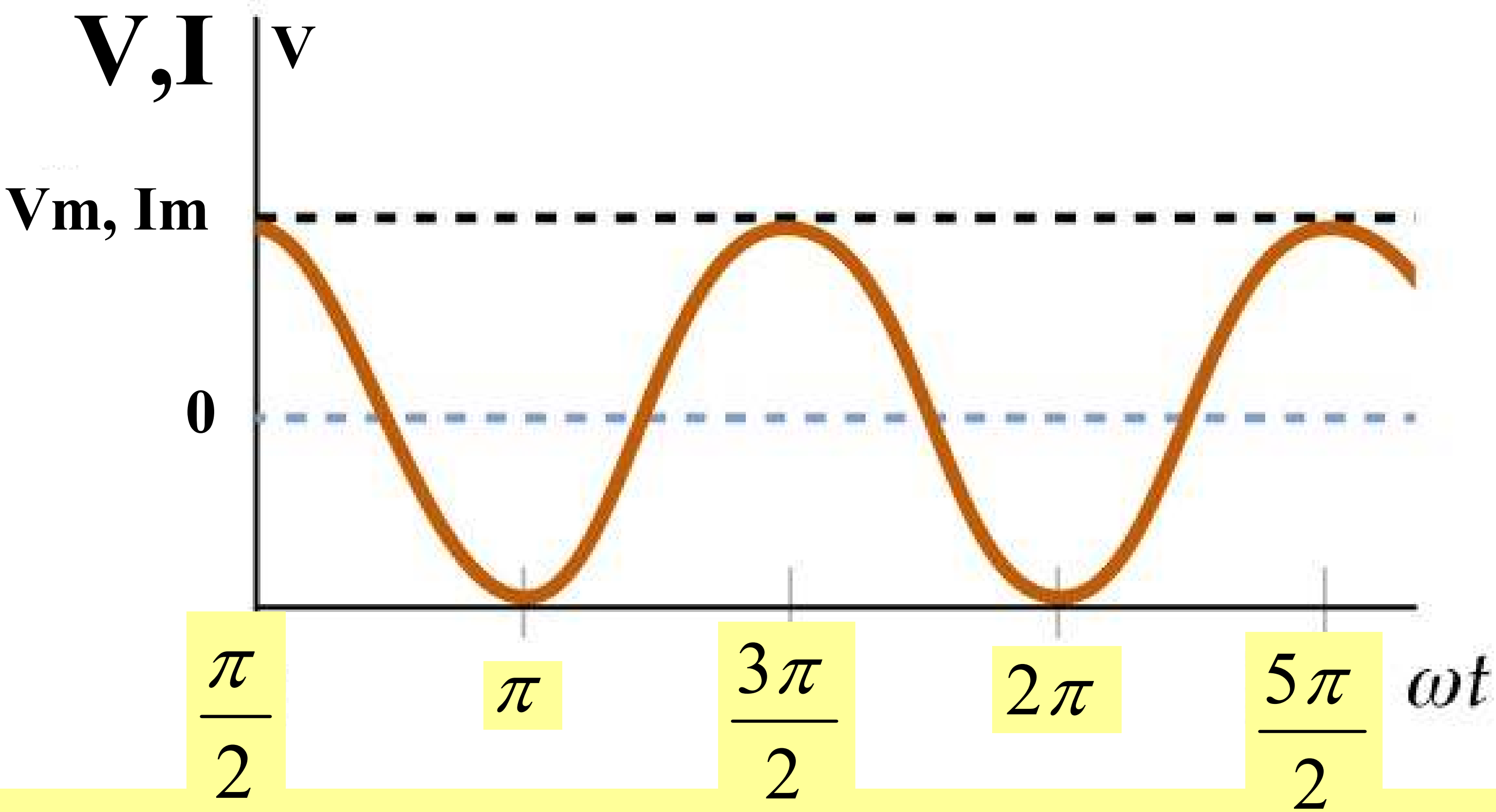
本日のメニュー

- リアクタンス
- インピーダンス
- 共振現象


I
+
−
ℰ
R
+
−
$V = Vm \cdot \sin \omega t$



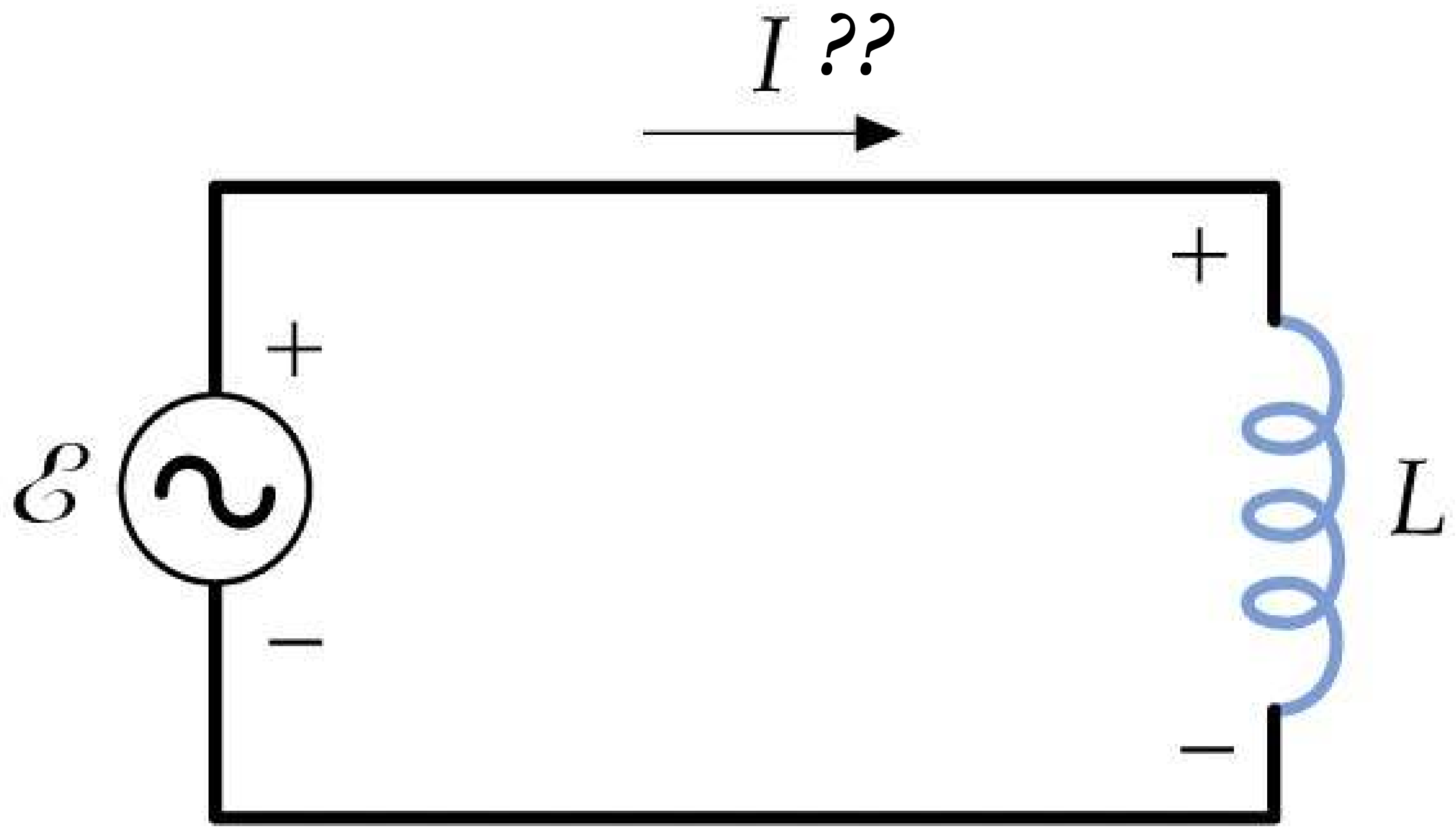
$$\varepsilon = Vm \cdot \sin \omega t$$



$$V = Vm \cdot \sin \omega t$$

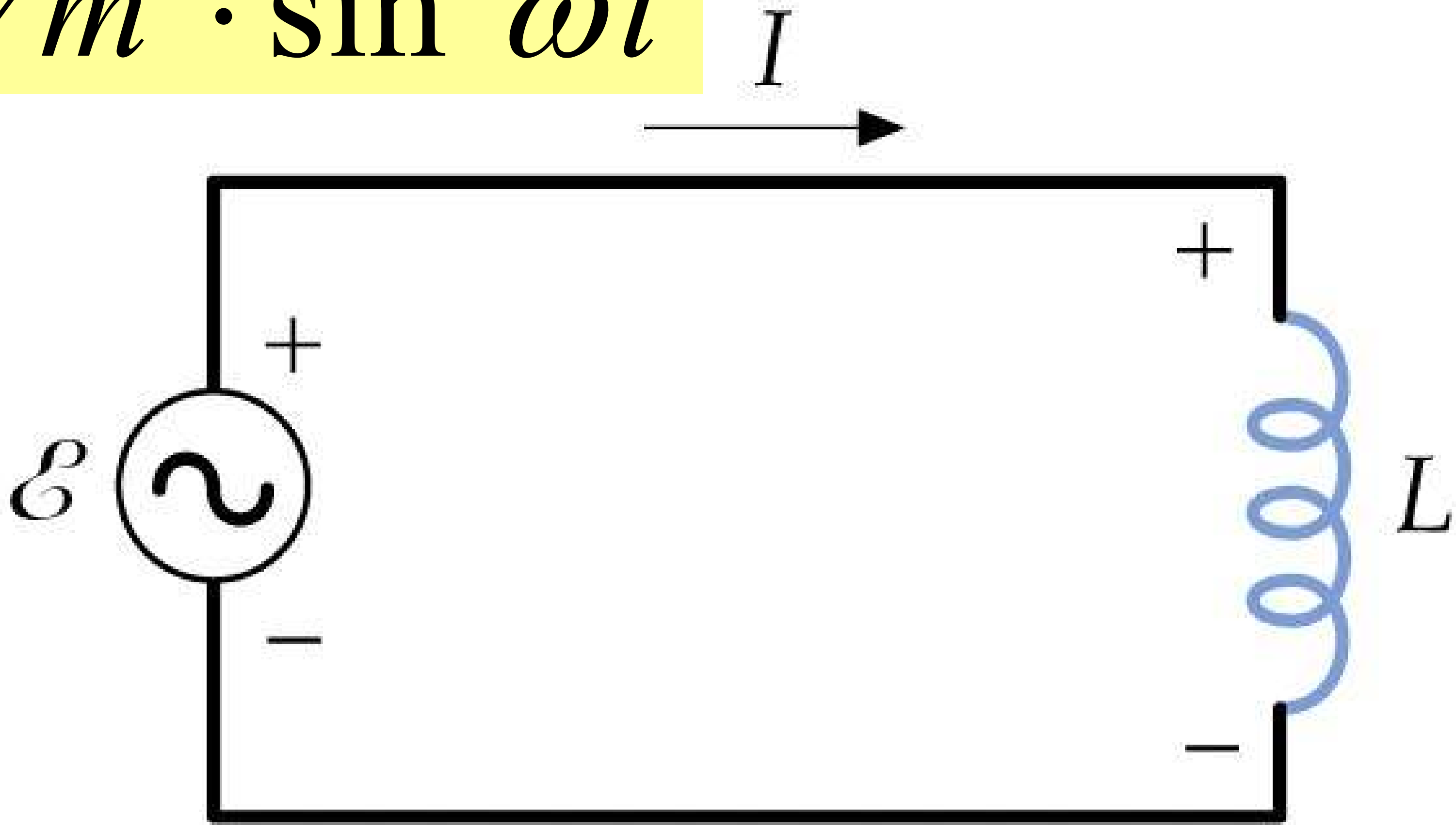
$$I = Im \cdot \sin \omega t$$

誘導素子を接続するとどのようか？



$$\varepsilon = Vm \cdot \sin \omega t$$

$$\varepsilon = Vm \cdot \sin \omega t$$



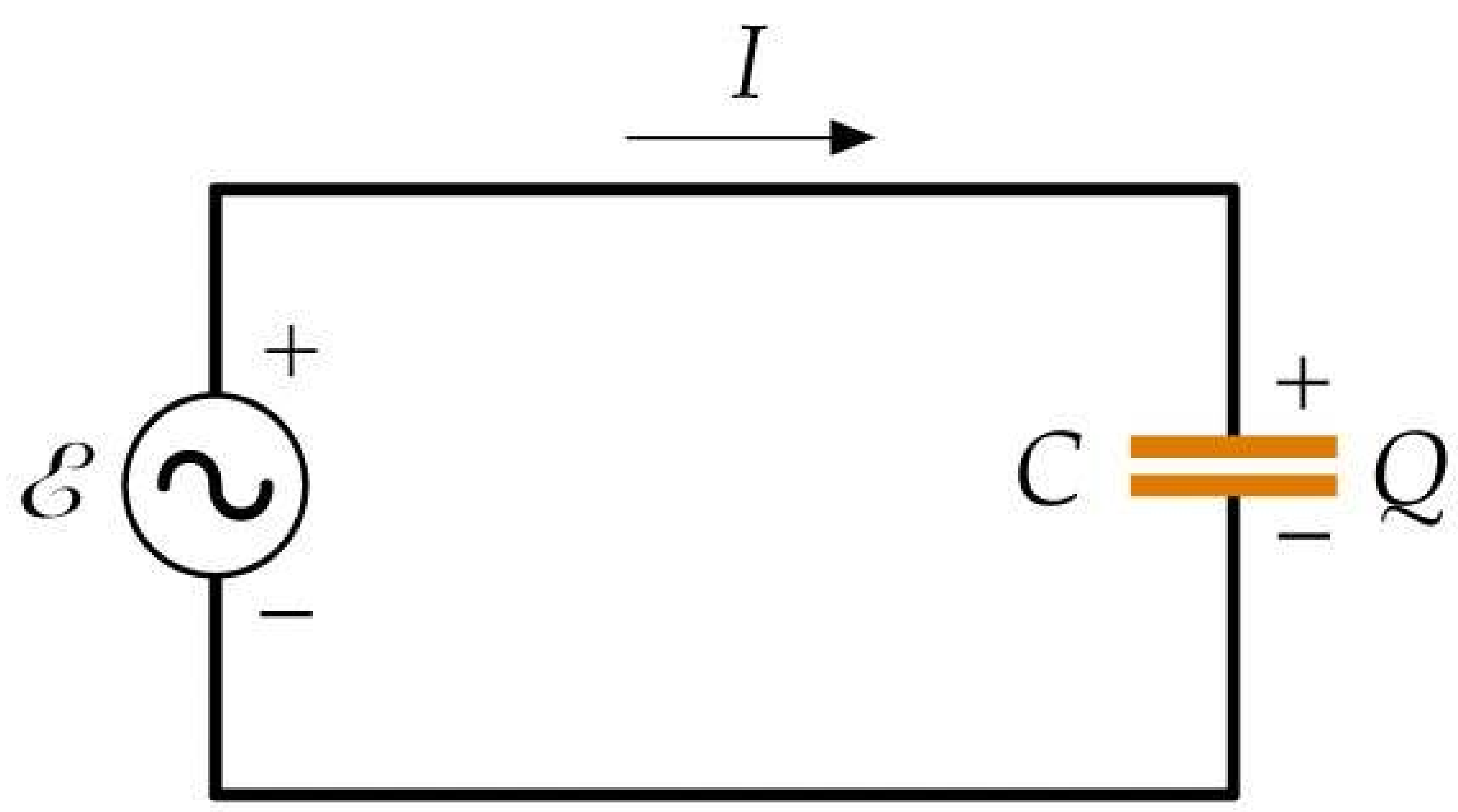
$$\varepsilon - L\frac{dI}{dt} = 0$$

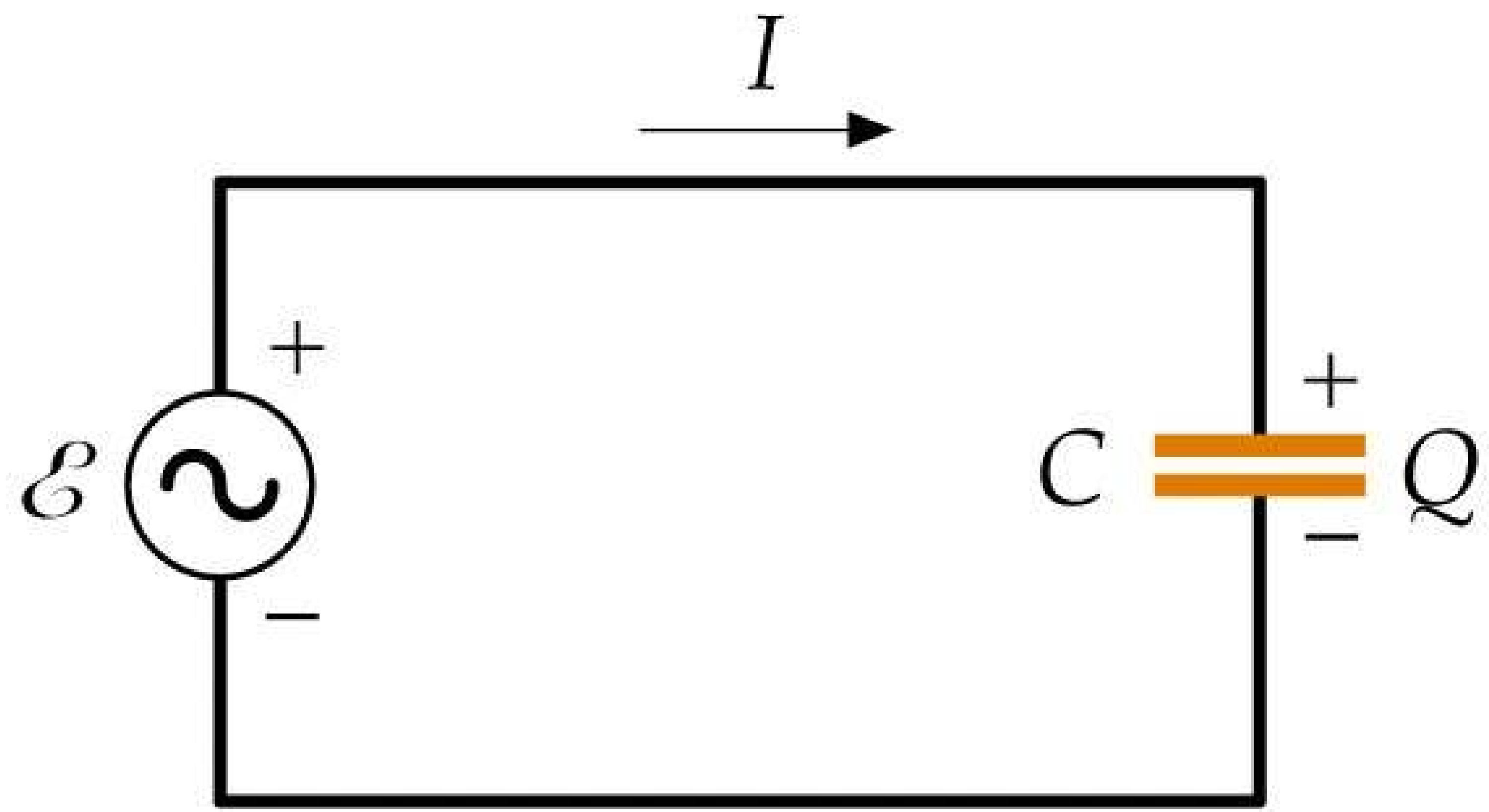
$$I = \frac{Vm}{L}\int \sin\,\omega t \cdot dt$$

$$= -\frac{Vm}{\omega L}\cos\,\omega t$$

電流は電圧を
時間積分した形になる。

では電気容量を接続した回路では電圧・電流の関係はどうだろう？





$$\varepsilon = Vm \cdot \sin \omega t$$

$$I = \frac{dQ}{dt} =$$

$$\omega C \frac{d}{dt}(Vm \sin \omega t)$$

$$= \omega C Vm \cos \omega t$$

電流は電圧を
時間微分した形になる。

$$V = Vm \cdot \sin \omega t$$

$$I = \omega C Vm \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$I = \omega CVm \ \cos \omega t$$

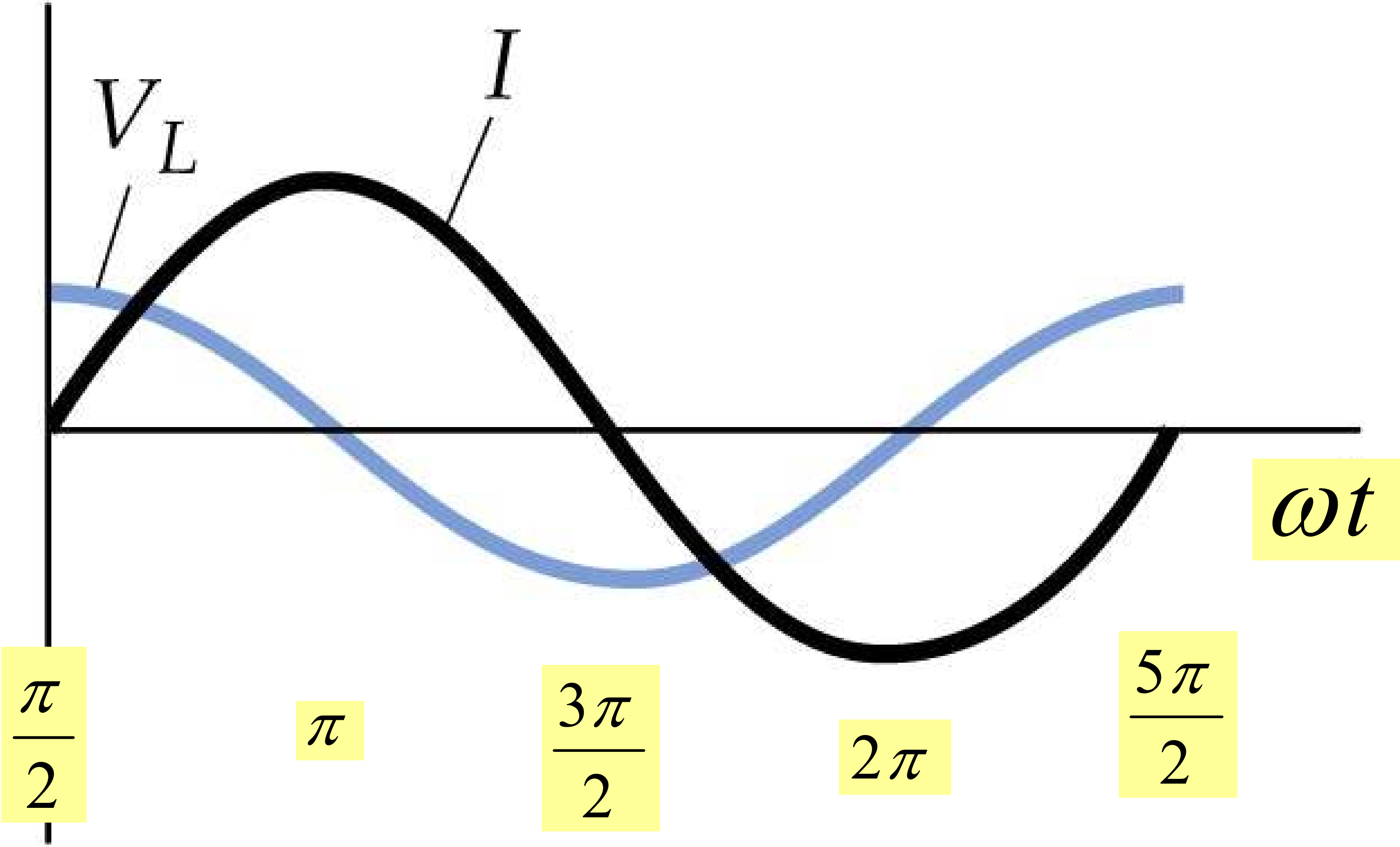
$$= \omega CVm \ \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

電流は電圧に対してπ /2だけ位相がずれて進んだ波になっている。

$$Im = \omega C V m \qquad I = \frac{V}{R}$$

オームの法則に対してRの対応を見ると

$$R \to 1/\omega C \qquad X_C = 1/\omega C$$


V_L
I
ωt
$\frac{\pi}{2}$
π
$\frac{3\pi}{2}$
2π
$\frac{5\pi}{2}$

$$I = -\frac{Vm}{\omega L}\cos \omega t$$

$$= \frac{Vm}{\omega L}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

電流は電圧に対してπ /2だけ位相がずれて遅れた波になっている。

$$V = Vm \cdot \sin \omega t$$

$$I = \frac{Vm}{\omega L} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$Im = \frac{Vm}{\omega L} \qquad I = \frac{V}{R}$$

オームの法則に対してRの対応を見ると

$$\boldsymbol{R \rightarrow \omega L} \qquad \boldsymbol{X_L = \omega L}$$

$$Im = \omega C V m \qquad I = \frac{V}{R}$$

オームの法則に対してRの対応を見ると

$$R \rightarrow 1/\omega C \qquad X_C = 1/\omega C$$

抵抗　R　→　熱損失

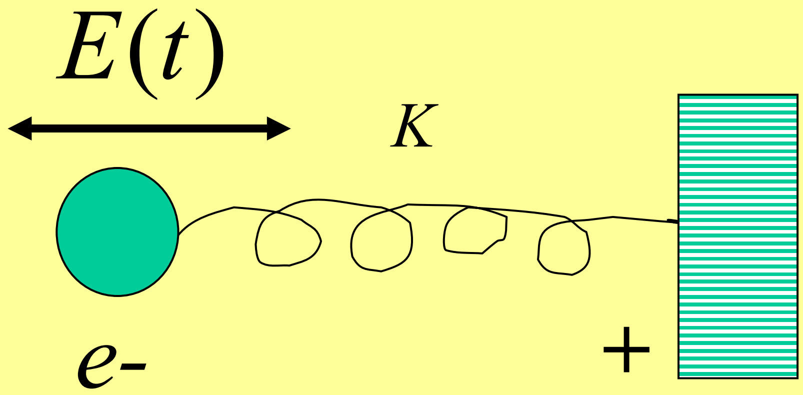
誘導性リアクタンス　$X_L = \omega L$

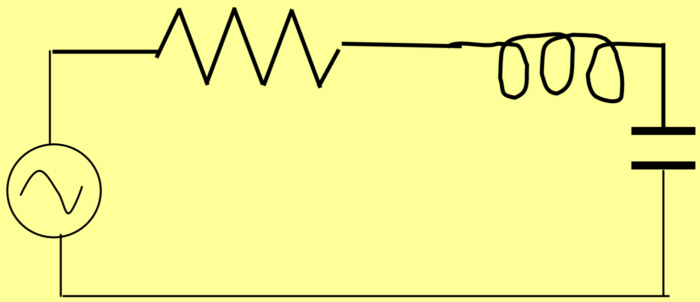
（磁気のエネルギー）

容量性リアクタンス　$X_C = 1/\omega C$

（電気のエネルギー）

2階の微分方程式の相似と解





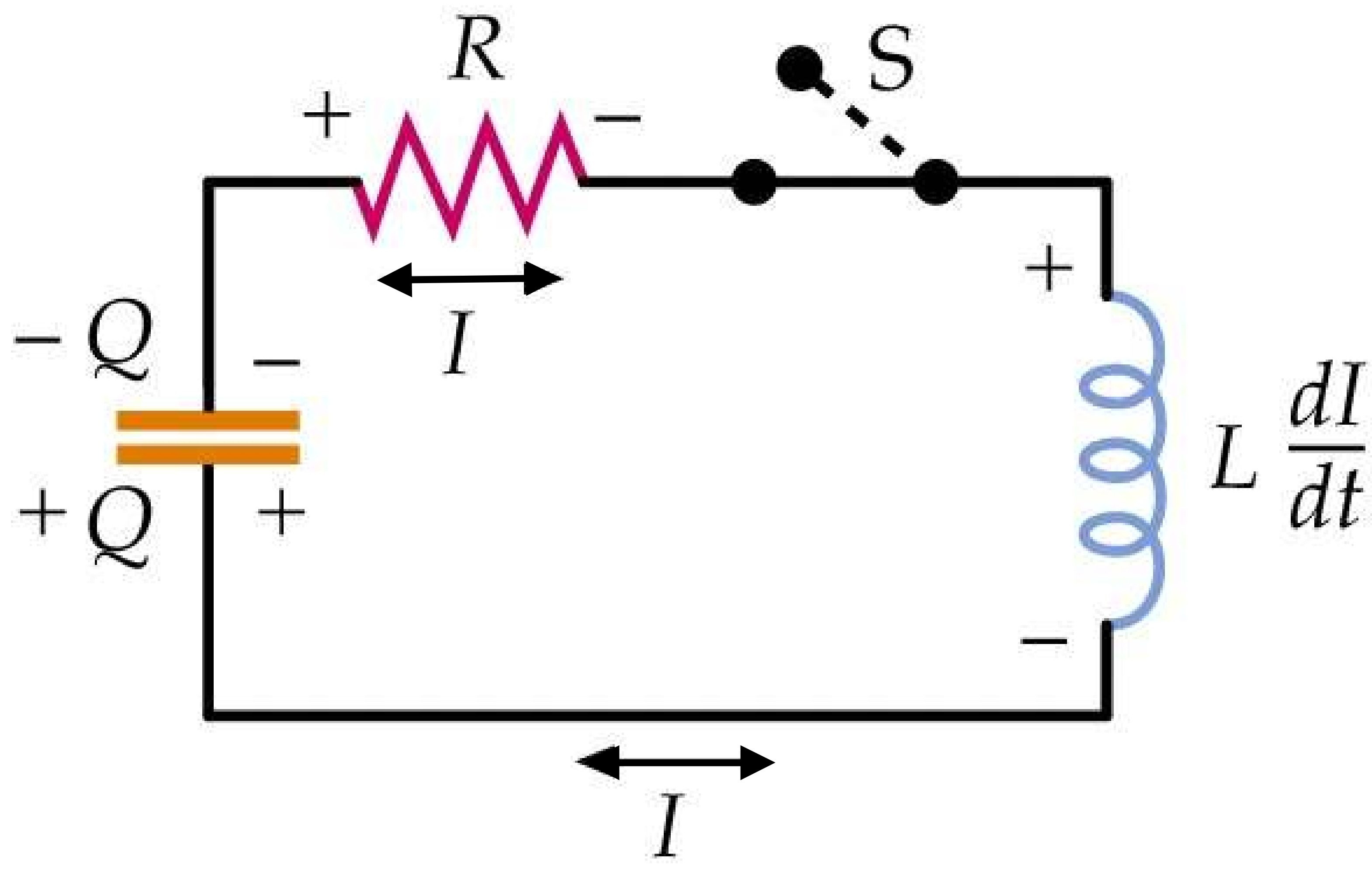
$$m\frac{d^2x}{dt^2}+\gamma\frac{dx}{dt}+Kx(t)=-eE(t)$$

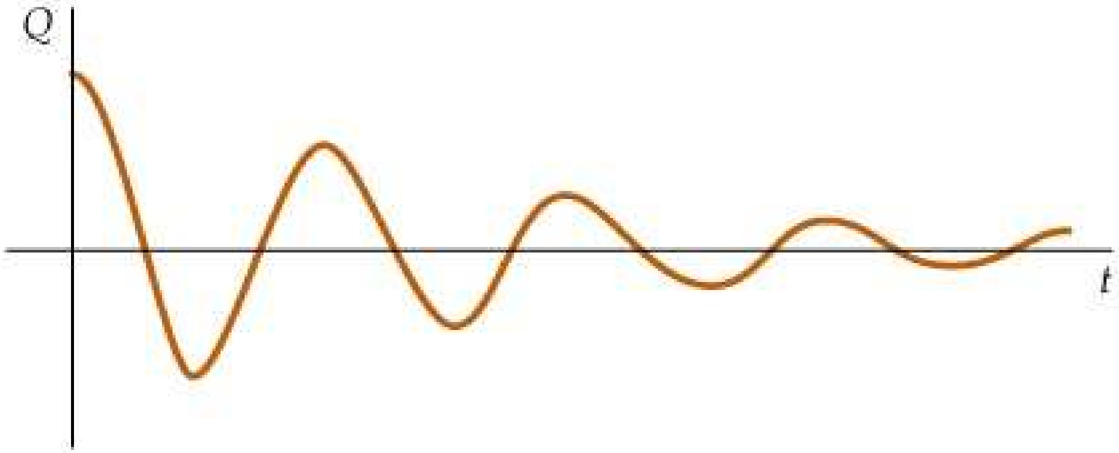
$$L\frac{d^2q}{dt^2}+R\frac{dq}{dt}+\frac{1}{C}q=E$$

質量	m	L
減衰	γ	R
ばね定数	K	$1/C$

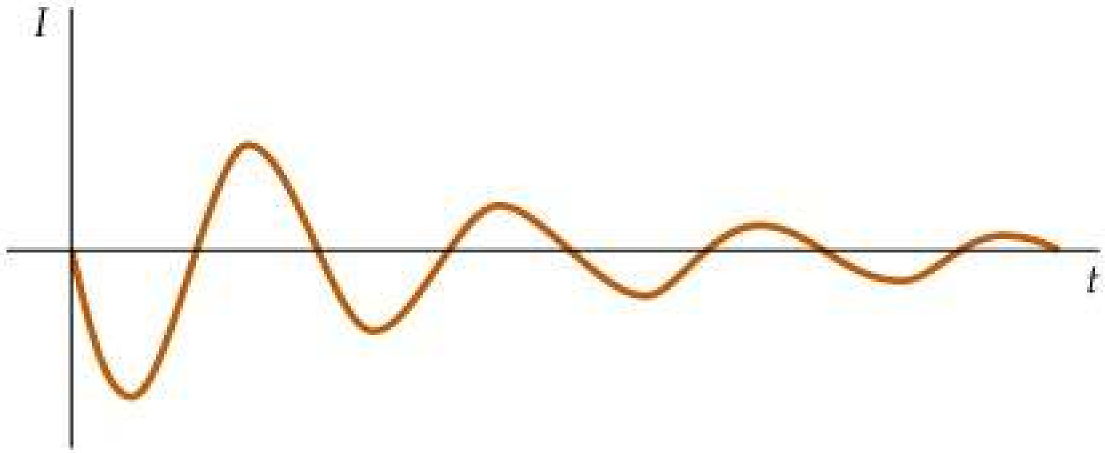
一般的な定数係数の微分方程式の解

$$x = A\exp[\lambda t]$$

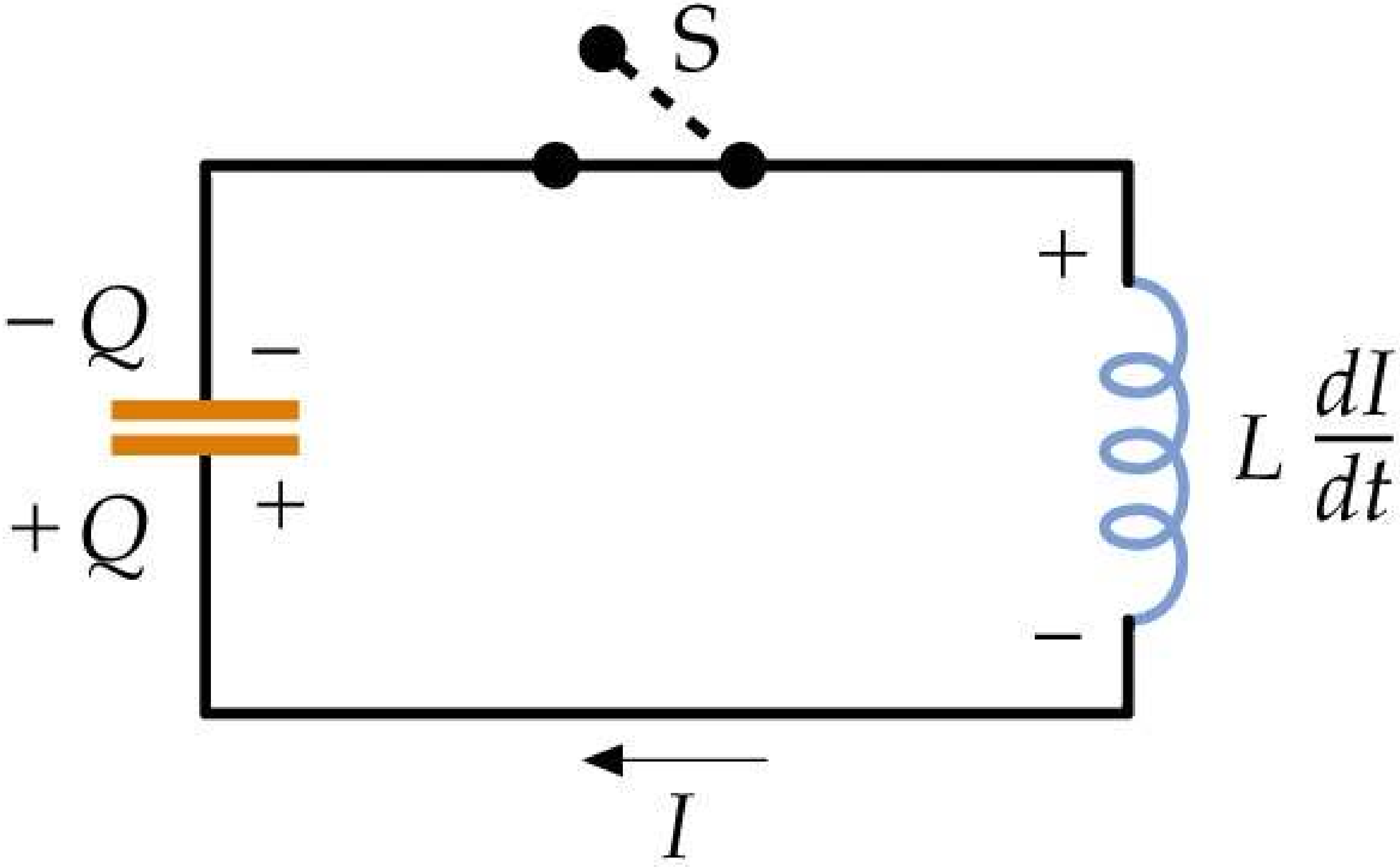

R
S
+
−
I
− Q
−
+ Q
+
+
L dI/dt
−
I

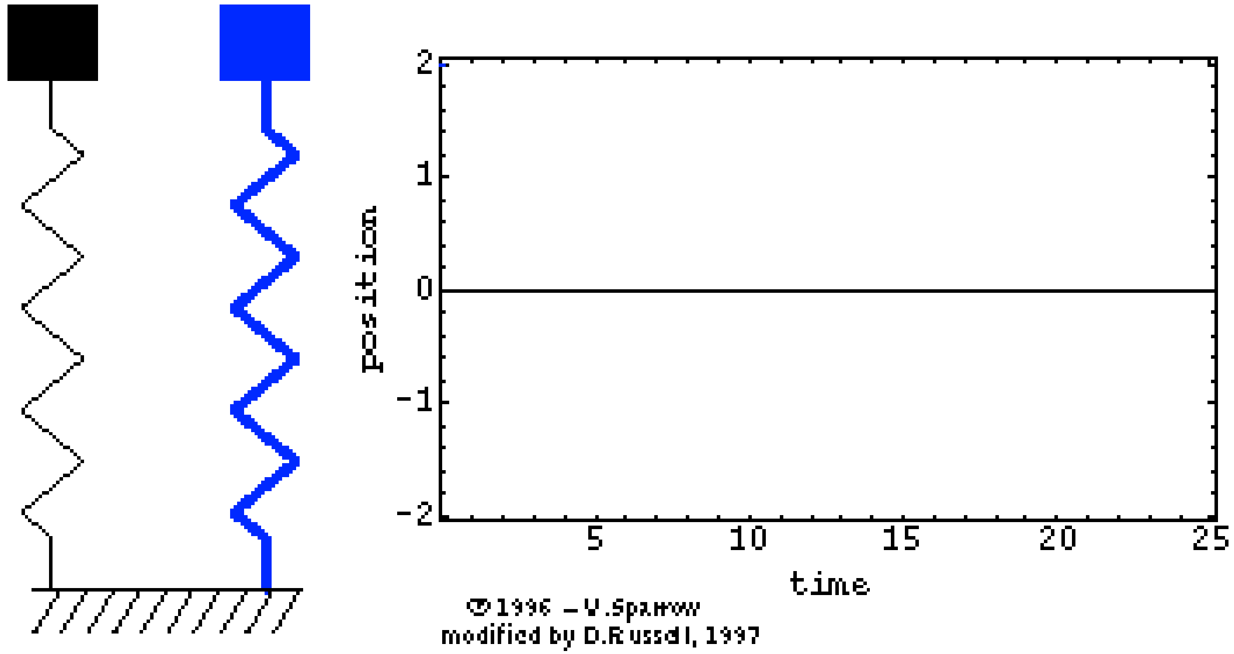


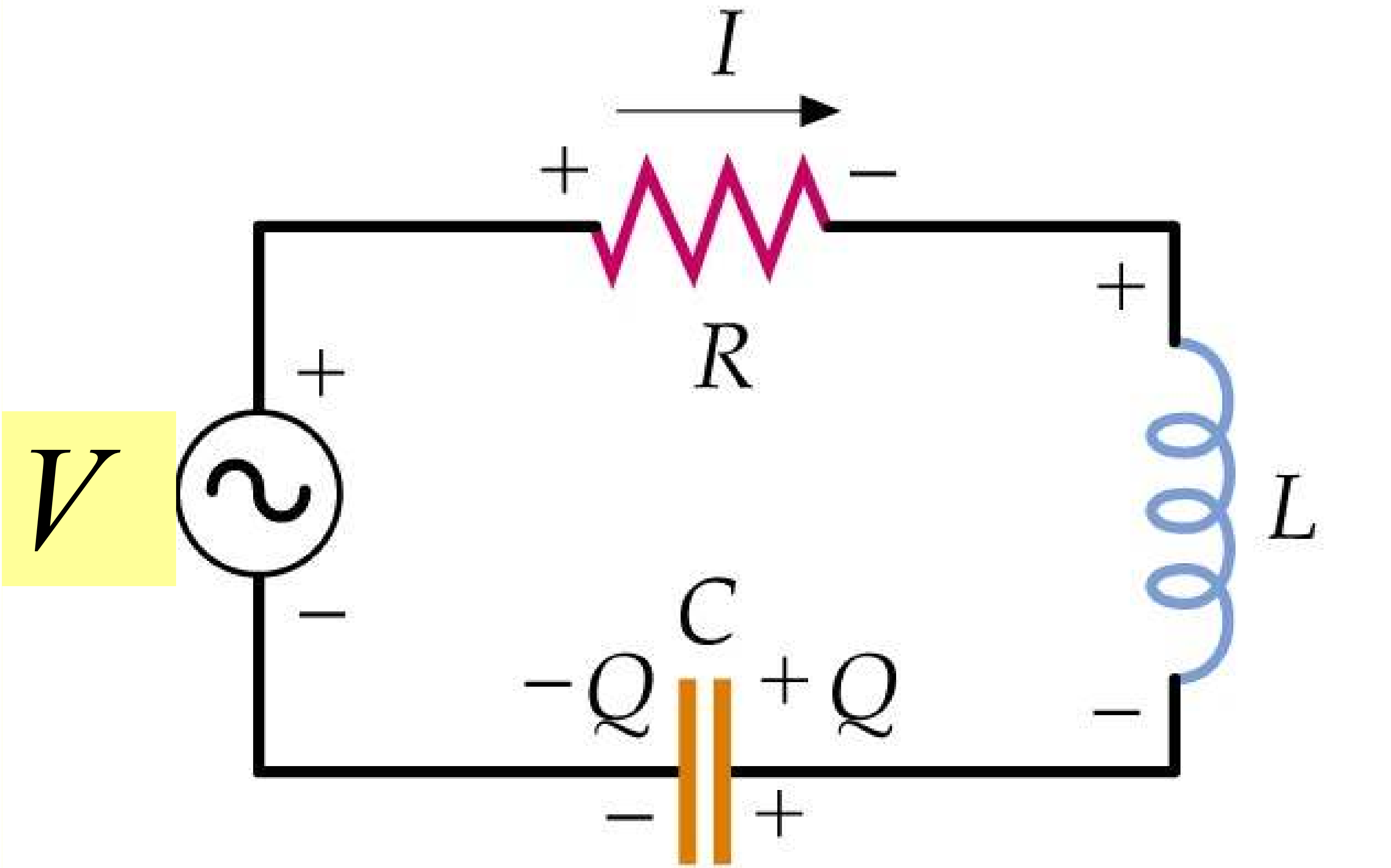
(a)



(b)


S
− Q
−
+ Q
+
+
L dI/dt
−
I


2
1
0
-1
-2
position
5
10
15
20
25
time
© 1996 – V. Sparrow
modified by D. Russell, 1997



$$V = Vm \cdot \sin \omega t$$

$$I = \mathrm{Im} \cdot \sin(\omega t - \delta)$$

インピーダンス
（交流回路のオームの法則）

$$V_m = \mathrm{Im} \cdot \sqrt{(R)^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$Z = \sqrt{(R)^2 + (X_L - X_C)^2}$$

インピーダンス

電圧の時間変化（瞬間の値）

$$\mathrm{v}_R = \mathrm{Im} \cdot R \cdot \sin \omega t = V_R \sin \omega t$$

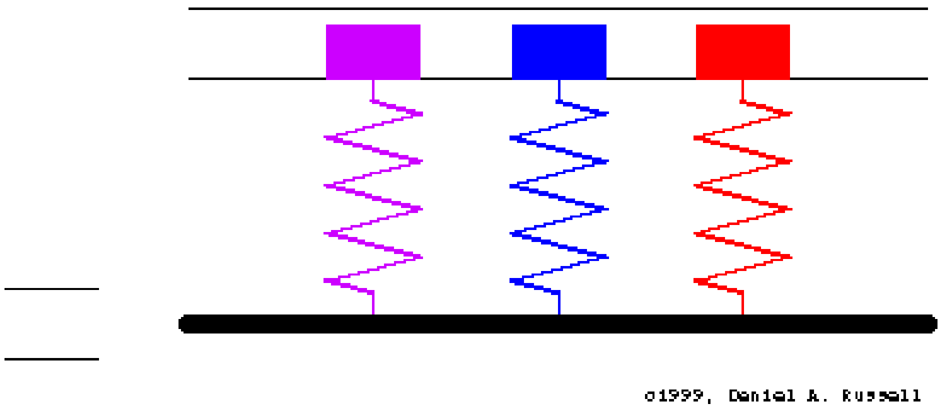
$$\mathrm{v}_L = \mathrm{Im} \cdot X_L \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

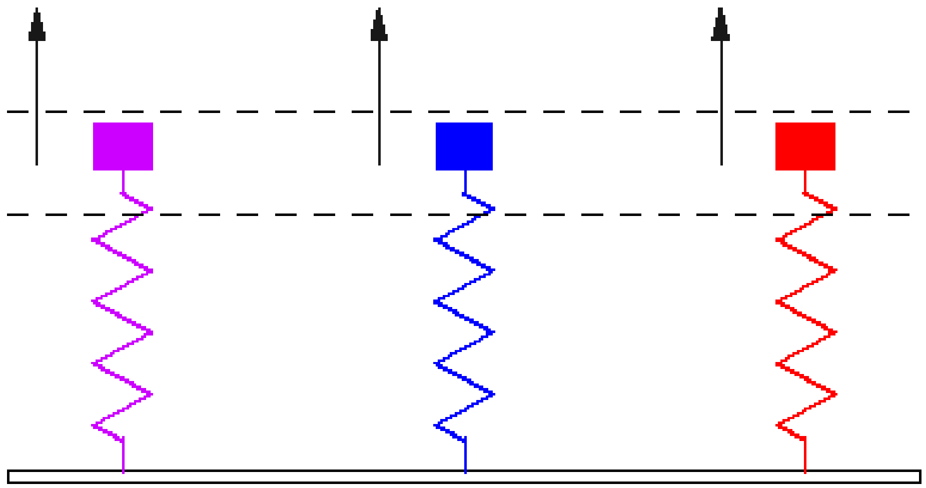
$$= V_L \cdot \cos \omega t$$

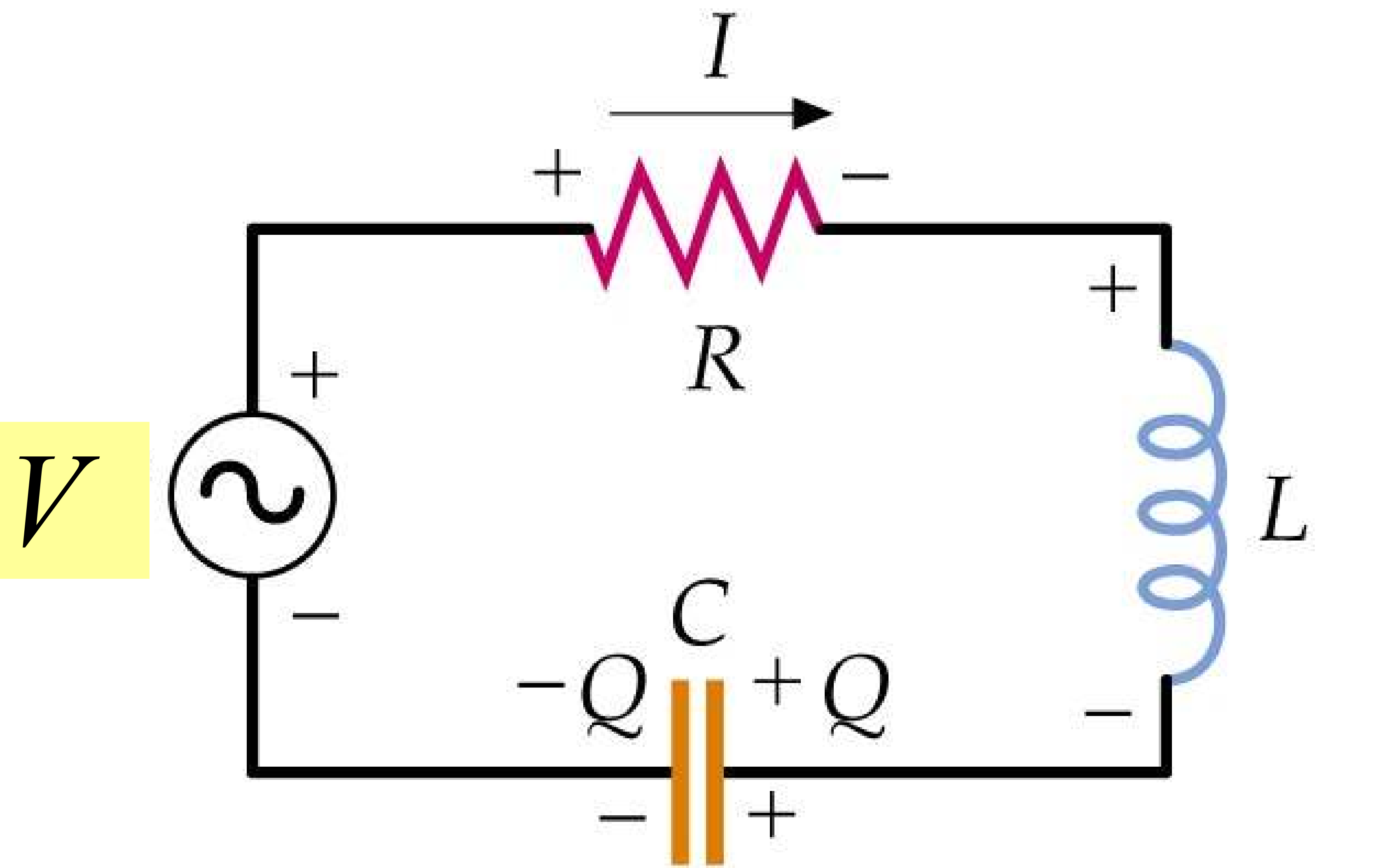
$$\mathrm{v}_C = \mathrm{Im} \cdot X_C \cdot \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$= -V_C \cdot \cos \omega t$$

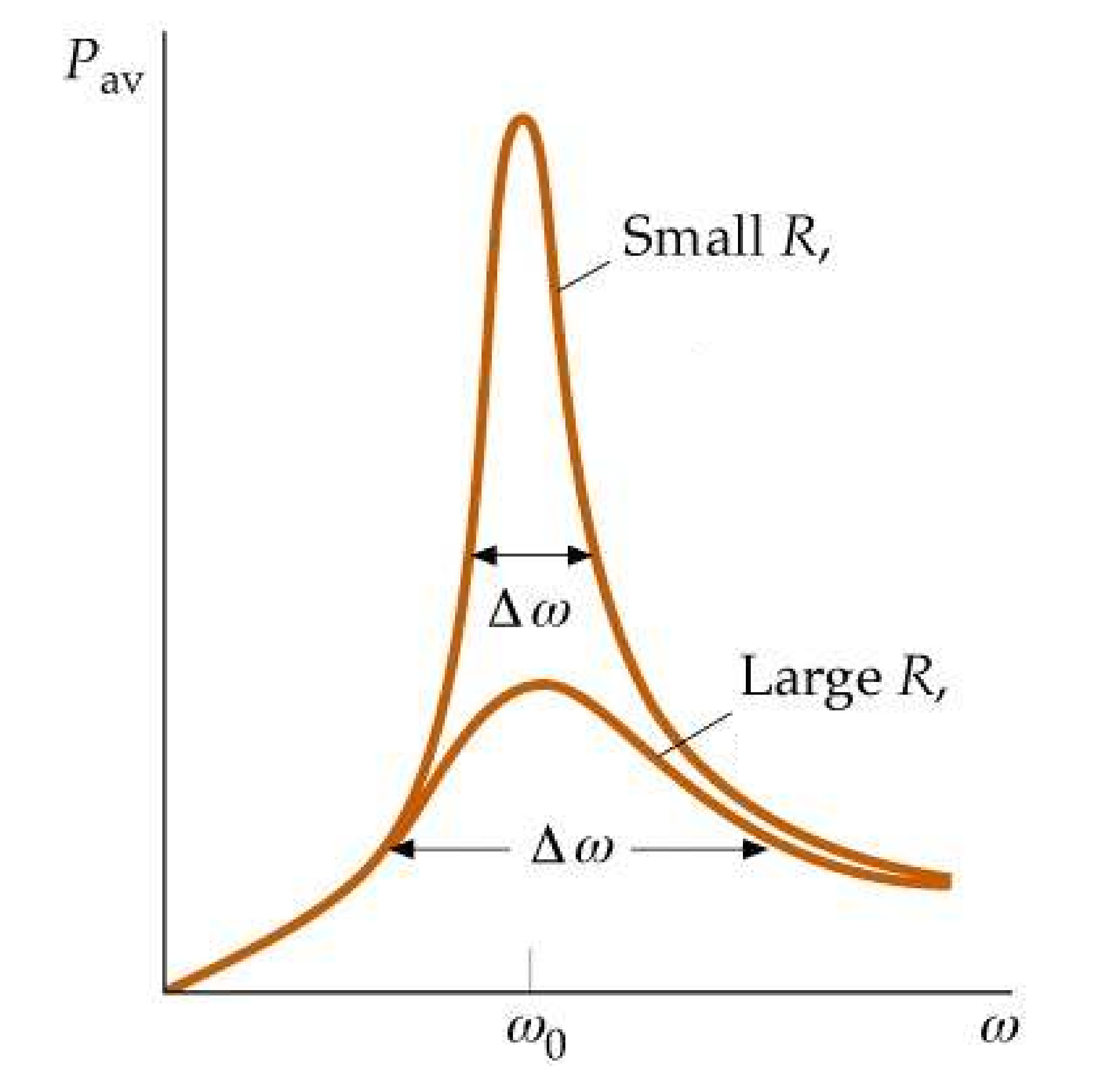
共　振　現　象



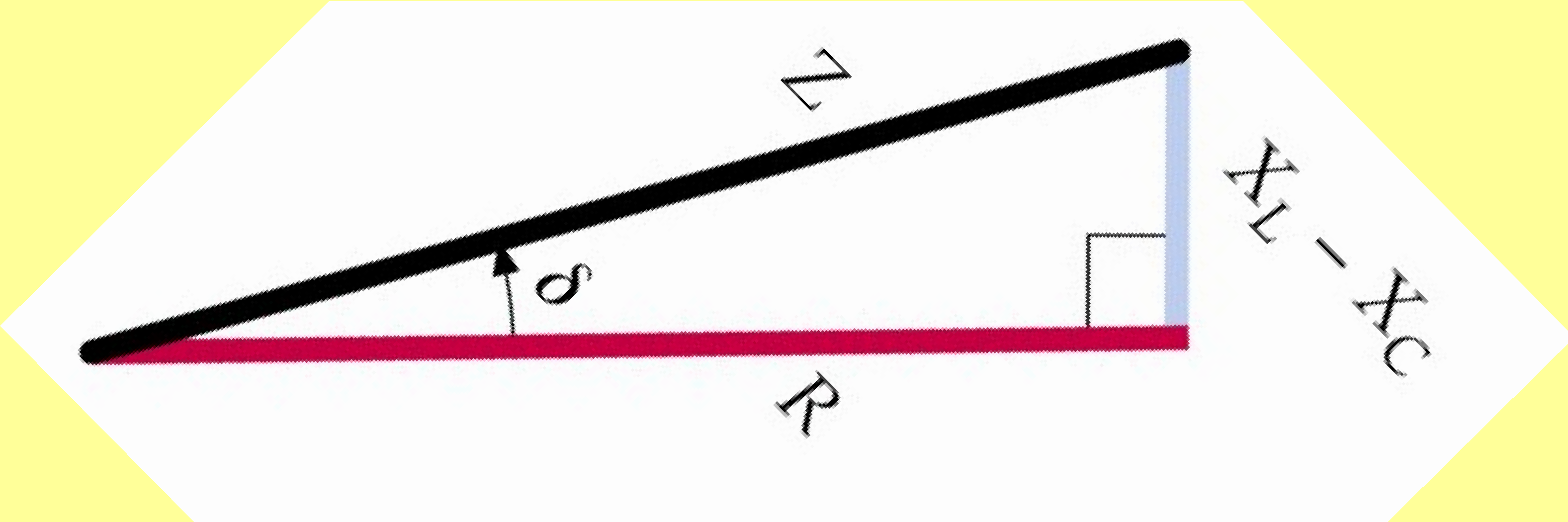




抵抗での電流・電圧は同位相！
抵抗の電圧変化（電流）基準に考えてみる。


P_{av}
Small R,
$\Delta\omega$
Large R,
$\Delta\omega$
ω_0
ω

電流の最大値と電圧の最大値の関係

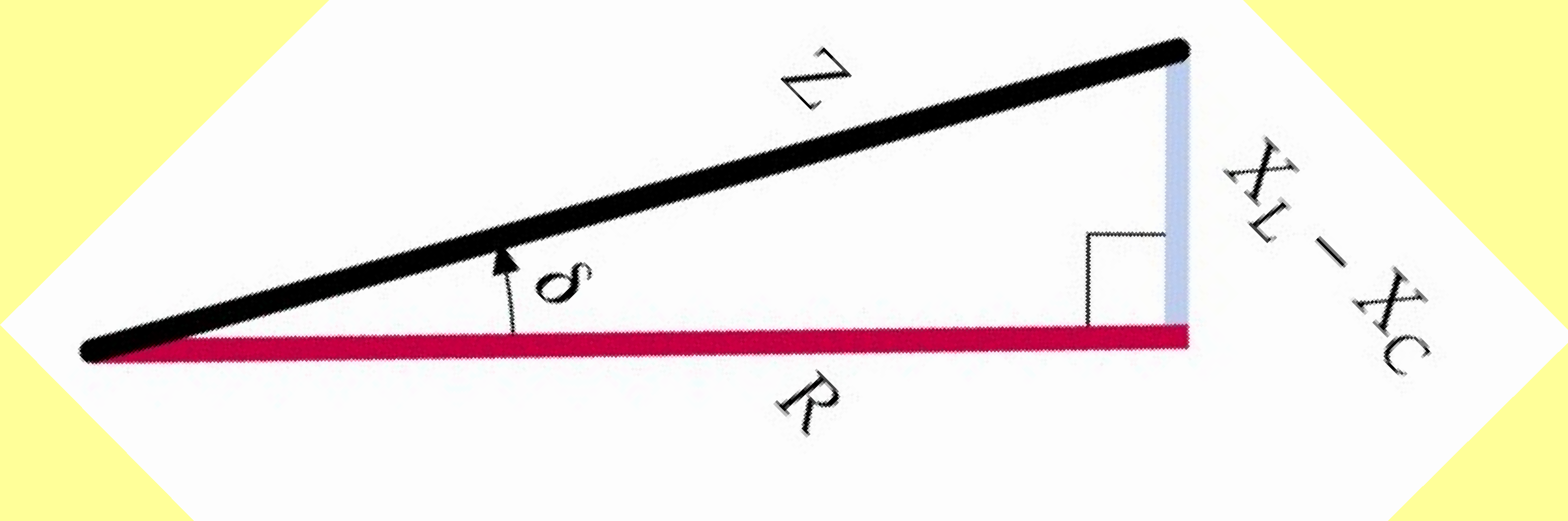


$$V_m = \sqrt{(V_R)^2 + (V_L - V_C)^2}$$

$$= \sqrt{(\mathrm{Im} \cdot R)^2 + (\mathrm{Im} \cdot X_L - \mathrm{Im} \cdot X_C)^2}$$

$$= \mathrm{Im} \cdot \sqrt{(R)^2 + (X_L - X_C)^2}$$

電流の最大値と電圧の最大値の関係

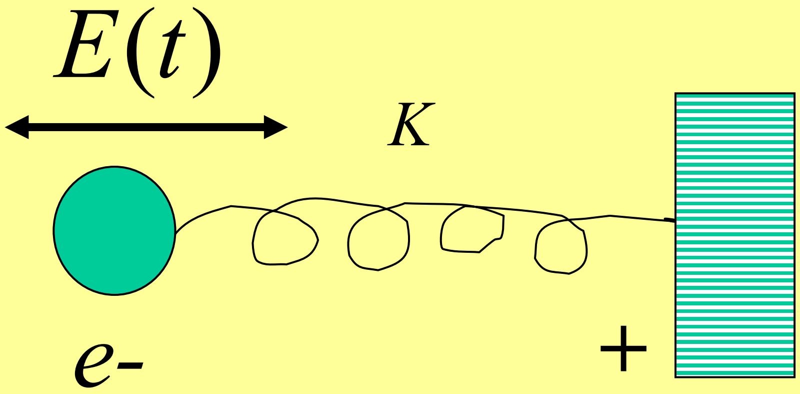


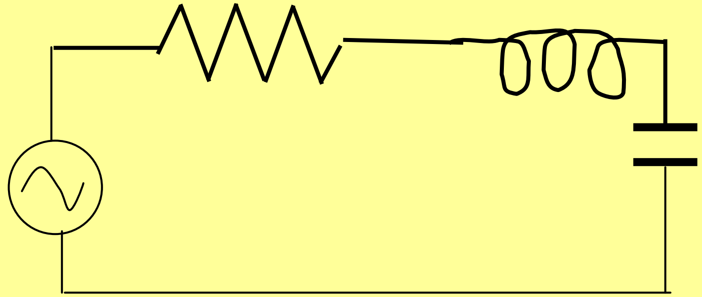
$$V_m = \sqrt{(V_R)^2 + (V_L - V_C)^2}$$

$$= \sqrt{(\mathrm{Im} \cdot R)^2 + (\mathrm{Im} \cdot X_L - \mathrm{Im} \cdot X_C)^2}$$

$$= \mathrm{Im} \cdot \sqrt{(R)^2 + (X_L - X_C)^2}$$

ばねの振動とRLC回路





$$m\frac{d^2x}{dt^2}+\gamma\frac{dx}{dt}+Kx(t)=-eE(t)$$

$$L\frac{d^2q}{dt^2}+R\frac{dq}{dt}+\frac{1}{C}q=E$$

振動系の共鳴角周波数

$$\omega_0=\sqrt{K/m} \quad << \quad \omega_0=1/\sqrt{LC}$$

～kHz　　　　～GHz

$$L\frac{dI}{dt} + RI + \frac{1}{C}q = V_0 \sin \omega t$$

$$L\frac{d^2 I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C}I = V_0 \omega \sin \omega t$$

$$L\frac{d^2I}{dt^2}+R\frac{dI}{dt}+\frac{1}{C}I=V_0\omega\sin\omega t$$

$$I=I_0\sin(\omega t-\phi)$$

$$I_0\left\{R\omega\sin\phi-(L\omega^2\cos\phi-\frac{1}{C}\cos\phi)\right\}\sin\omega t$$

$$+\left\{I_0\left(R\omega\cos\phi+L\omega^2\sin\phi-\frac{1}{C}\sin\phi\right)-\omega V_0\right\}\cos\omega t=0$$

$$R\sin\phi-(\omega L-\frac{1}{\omega C})\cos\phi=0$$

$$R^2\sin^2\phi+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2\cos^2\phi$$

$$-2R(\omega L-\frac{1}{\omega C})\sin\phi\cos\phi=0$$

$$R\cos\phi+(\omega L-\frac{1}{\omega C})\sin\phi=\frac{V_0}{I_0}$$

$$R^2\cos^2\phi+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2\sin^2\phi$$

$$+2R(\omega L-\frac{1}{\omega C})\sin\phi\cos\phi=\left(\frac{V_0}{I_0}\right)^2$$

$$R^2 \sin^2 \phi + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 \cos^2 \phi - 2R(\omega L - \frac{1}{\omega C}) \sin\phi \cos\phi = 0$$

$$R^2 \cos^2 \phi + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 \sin^2 \phi + 2R(\omega L - \frac{1}{\omega C}) \sin\phi \cos\phi = \left(\frac{V_0}{I_0}\right)^2$$

$$R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2$$

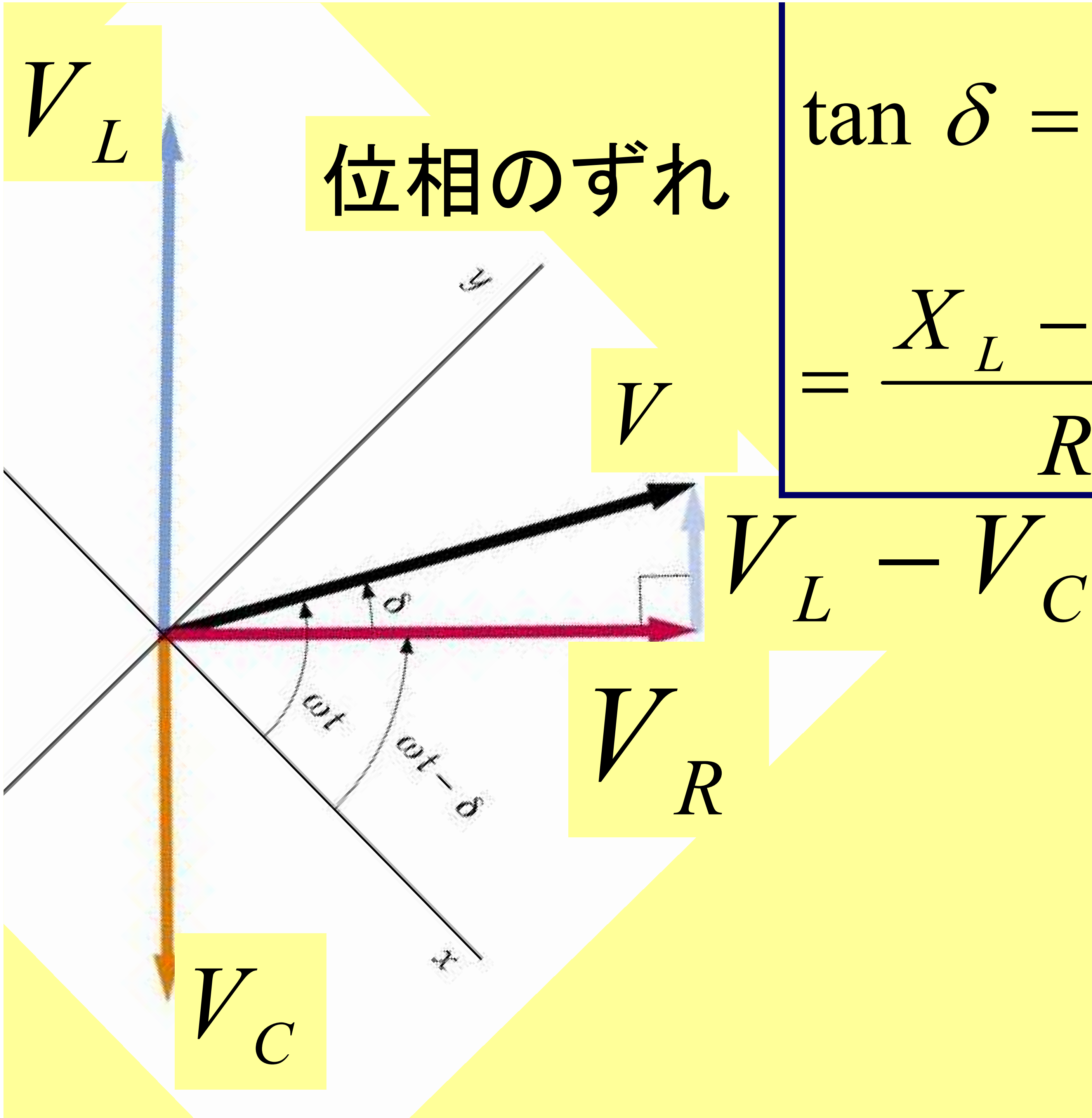
$$= \left(\frac{V_0}{I_0}\right)^2$$

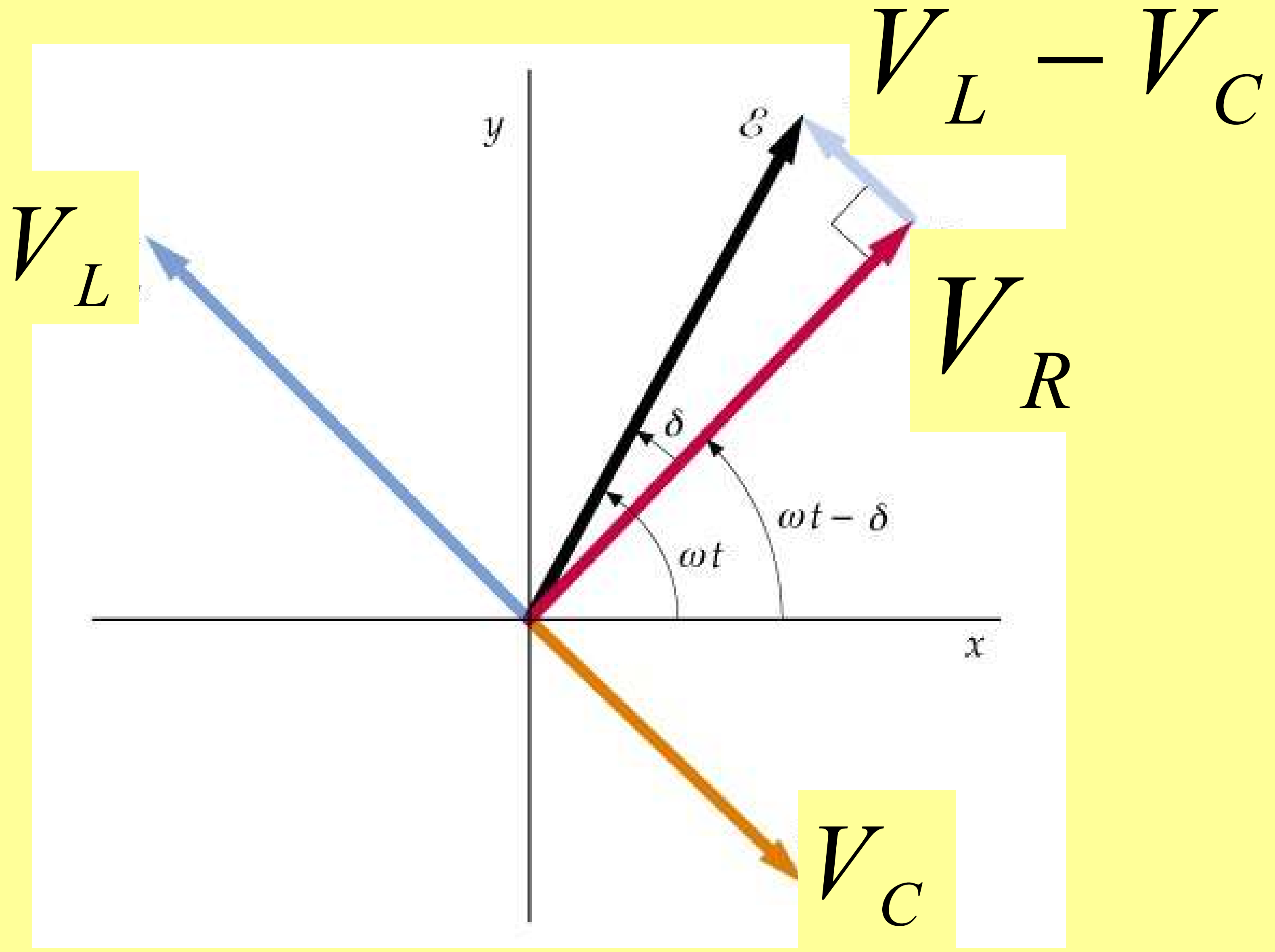
$$\left(\frac{V_0}{I_0}\right) = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = Z$$

位相のずれ

$$\tan\delta = \frac{V_L - V_C}{V_R}$$

$$= \frac{X_L - X_C}{R}$$

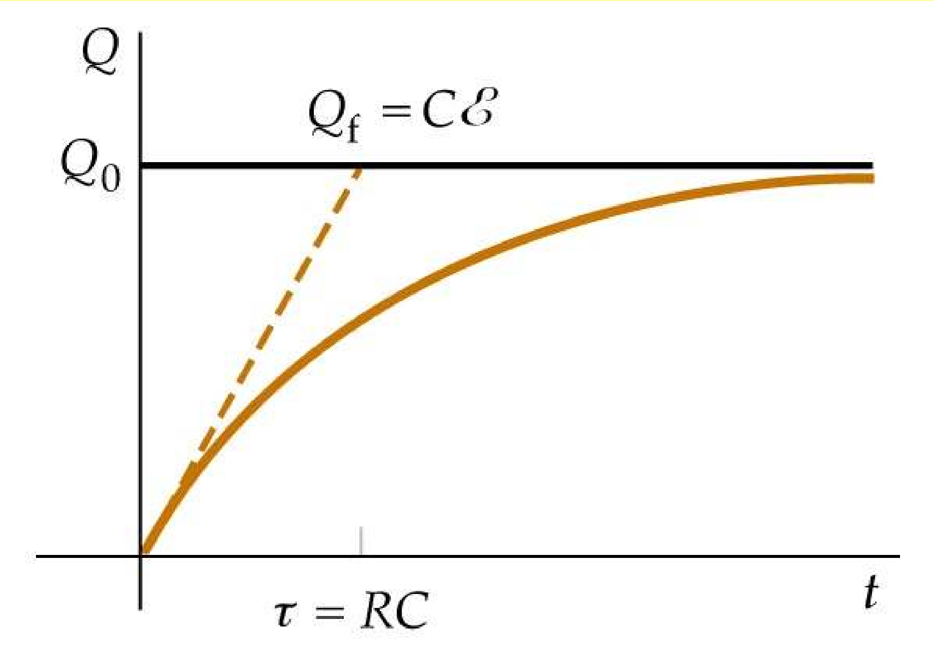


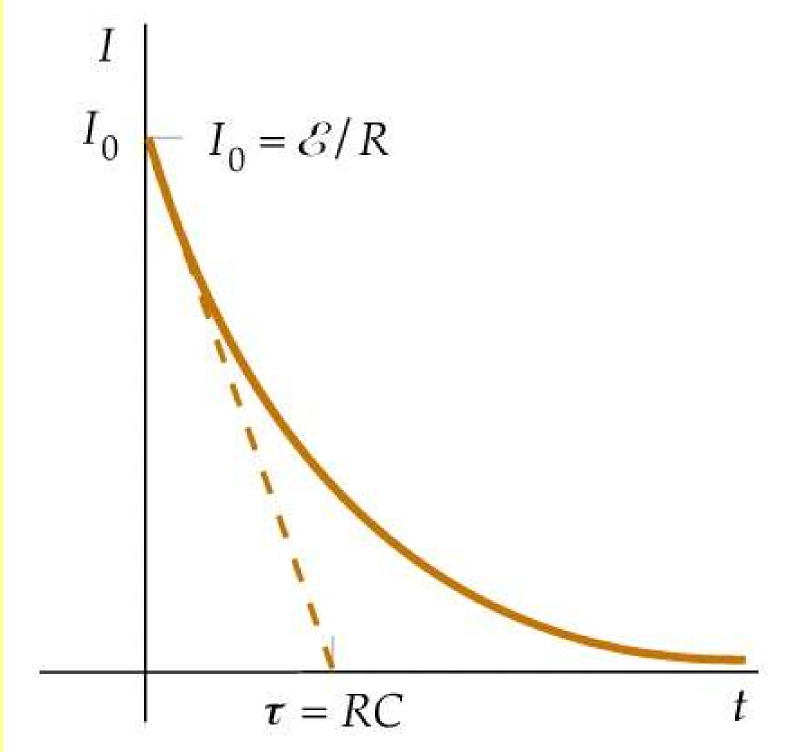


$V_L - V_C$
$\mathcal{E}$
y
V_L
V_R
δ
$\omega t - \delta$
ωt
x
V_C

$$Q = CV\left\{1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right\}$$

$$I = \left[\frac{V}{R}\exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\}\right]$$


Q
$Q_f = C\mathcal{E}$
Q_0
t
$\tau = RC$


I
I_0
$I_0 = \mathcal{E}/R$
t
$\tau = RC$

電圧のピーク値

$$V_R = \mathrm{Im} \cdot R$$

$$V_L = \mathrm{Im} \cdot X_L$$

$$V_C = \mathrm{Im} \cdot X_C$$